Fizika mérnököknek 2.

7. előadás - Hőtan

Mingesz Róbert

Szegedi Tudományegyetem

2010. március 22.

Tartalom I

1. A hőmérséklet
2. Ideális gázok állapotegyenlete
3. A kinetikus gázelmélet
   - Az ekvipartíció tétele
4. Hőtágulás
   - Szilárd testek hőtágulása
   - Térfogati hőtágulás
   - Folyadékok hőtágulása

Történelem

Ókor: a „tűz” elem

1592: Galilei ⇒ hőmérő

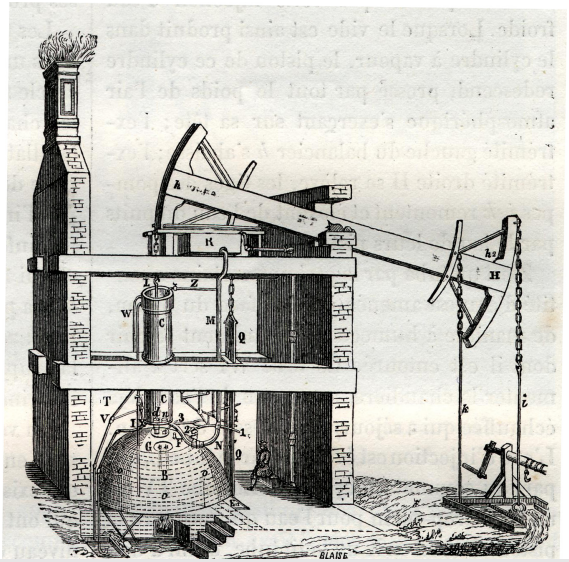
Az igazi fejlődés csak a XIX. században indult meg

Korábban:

- fogalmi zavarok
- hőanyagelmélet

Miért lett fontos?

- Ipari forradalom
- Hőerőgépek építése



A hőmérséklet

A testek „hőállapotát” érzékszerveinkkel is észleljük
szubjektív, megbízhatatlan

- Az azonos hőmérsékletű, de különböző anyagú testek hőmérsékletét nem érezzük azonosnak
- A hőérzet függ az érzékelő „előéletétől”

Lehetőségünk van objektívebb mérésekre
Tapasztalataink szerint:

- A testek tulajdonságai függenek a hőmérséklettől (pl. térfogat, nyomás, ellenállás, halmazállapot...)
- Ha különböző hőmérsékletű testeket összeérintünk, egy idő után a hőmérséklet kiegyenlítődik
- Rendelkezésre állnak jól definiálható hőállapotok (pl. jég olvadáspontja, forrásban lévő víz ...)

Hőmérők

Hőmérsékletváltozás $\Rightarrow$ az anyagi tulajdonságok megváltoznak

- higanyos/alkoholos hőmérő
- gázhőmérők
- fémrudas hőmérők
- bimetál hőmérők
- ellenállás-hőmérők
- termisztor / termoelem
- infravörös hőmérők
- ...

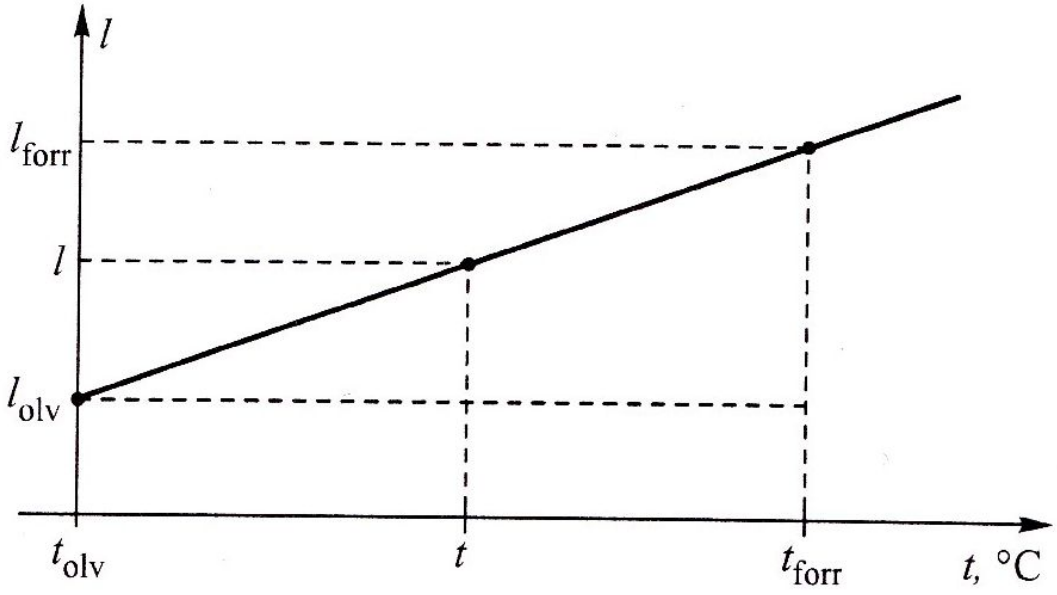
Celsius-féle empirikus hőmérsékleti skála

Folyadékhőmérő (alkohol / higany)

$p = 101{,}325\,\mathrm{kPa}$

A víz olvadáspontja: 0°C

A víz forráspontja: 100°C

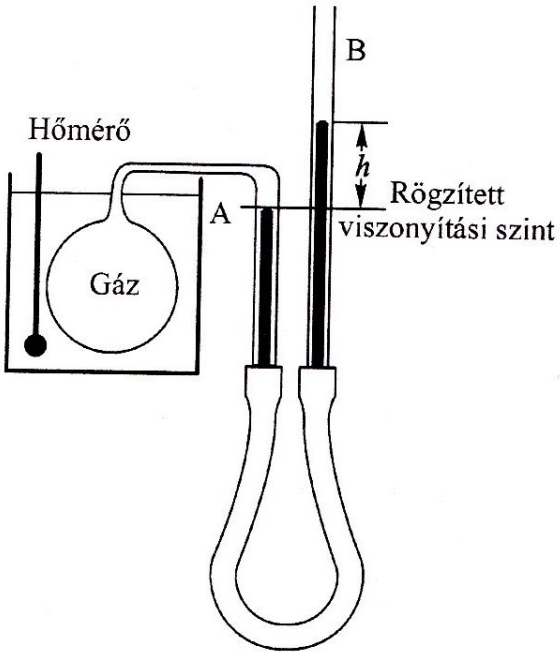


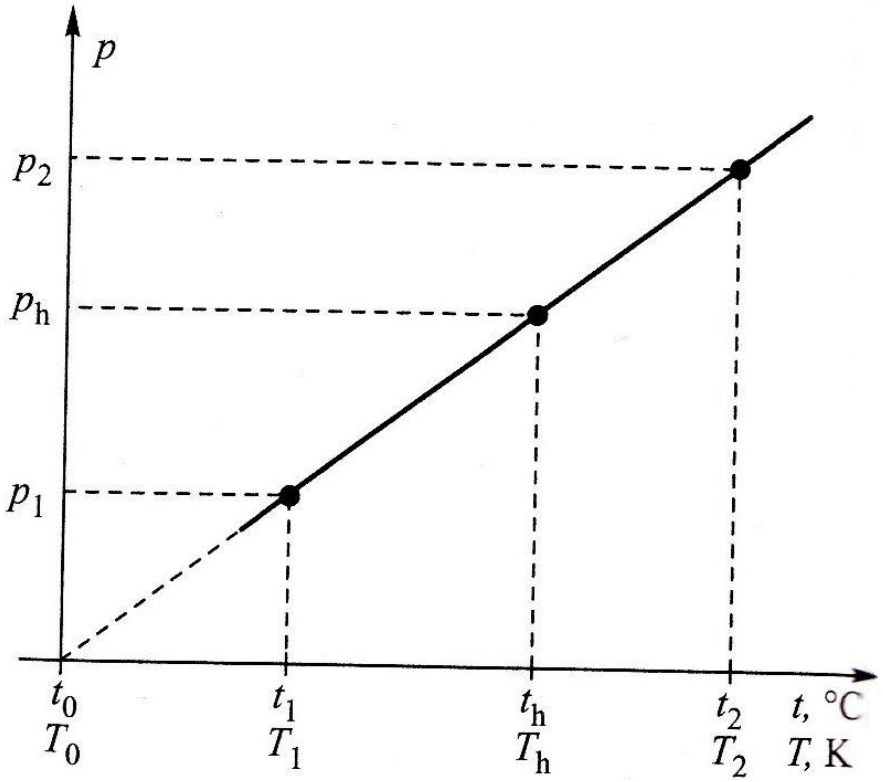
Kelvin-skála, ideálisgáz-skála

Gázhőmérő

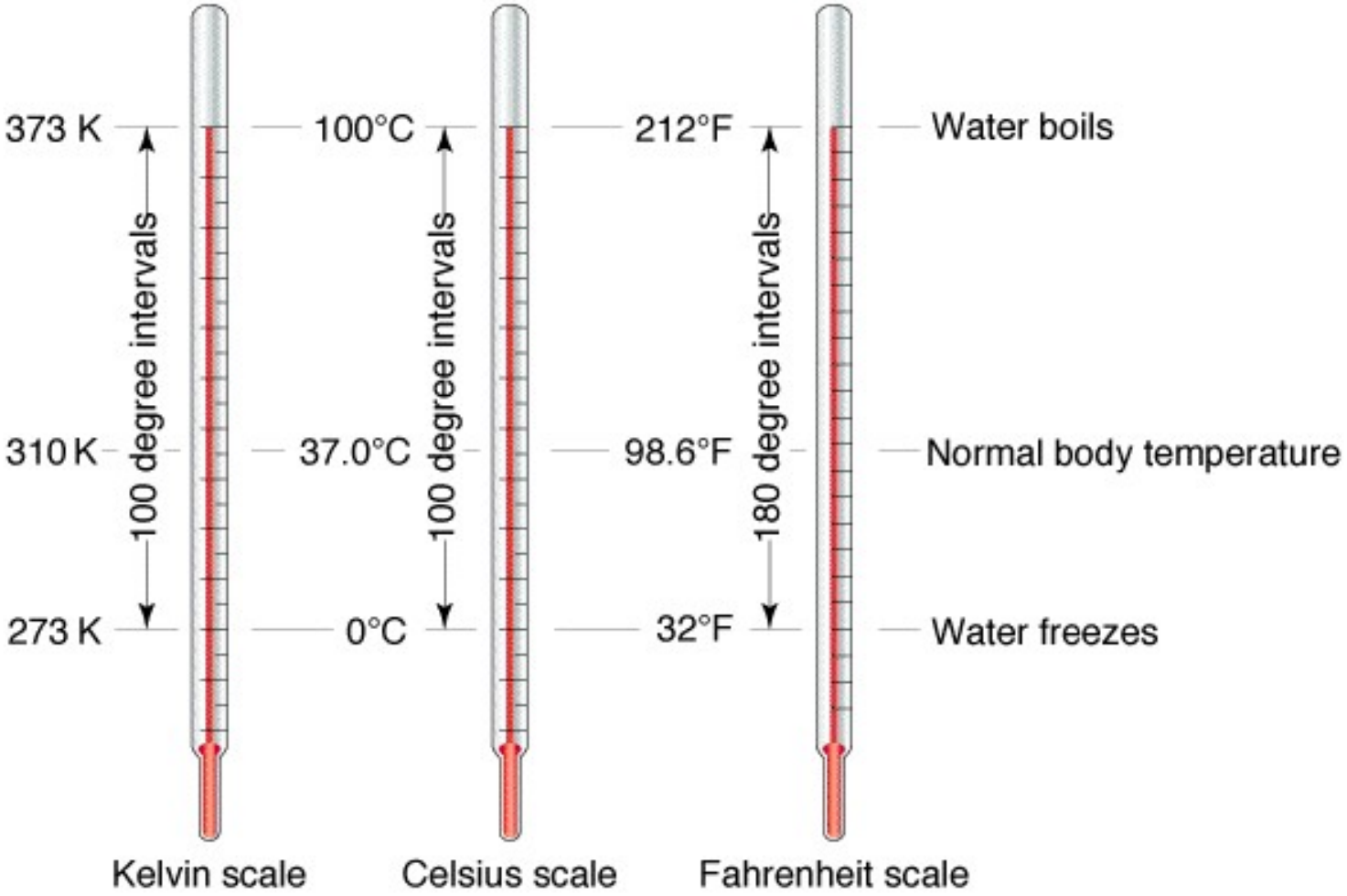
$t_0 = -273{,}15°\mathrm{C}$

$T = t + 273{,}15°\mathrm{C}$





Hőmérsékleti skálák



Nemzetközi gyakorlati hőmérsékleti skála

Elsődleges alappontok	t_{68}, °C	T_{68}, K
A hidrogén hármaspontja	–259,34	13,81
A hidrogén forráspontja (33,3306 kPa)	–256,108	17,042
A hidrogén forráspontja	–252,87	20,28
A neon forráspontja	–246,048	27,102
Az oxigén hármaspontja	–218,789	54,361
Az oxigén forráspontja	–182,962	90,188
A víz hármaspontja (610,5 Pa)	0,01	273,16
A víz forráspontja	100	373,15
A cink fagyáspontja	419,58	692,73
Az ezüst fagyáspontja	961,93	1235,08
Az arany fagyáspontja	1064,43	1337,58

Fizikai mennyiségek

Extenzív mennyiségek: Az anyagban mérhető helyi értékek összege
Additivitás (pl. tömeg, térfogat, energia)

Intenzív mennyiségek:
nem additív jellegűek, függetlenek a térfogattól
(pl. nyomás, hőmérséklet, sűrűség)

Termodinamikai paraméterek:
az anyagi rendszert egyértelműen jellemzik (egyensúlyban)
(pl. nyomás, térfogat, hőmérséklet, entrópia)

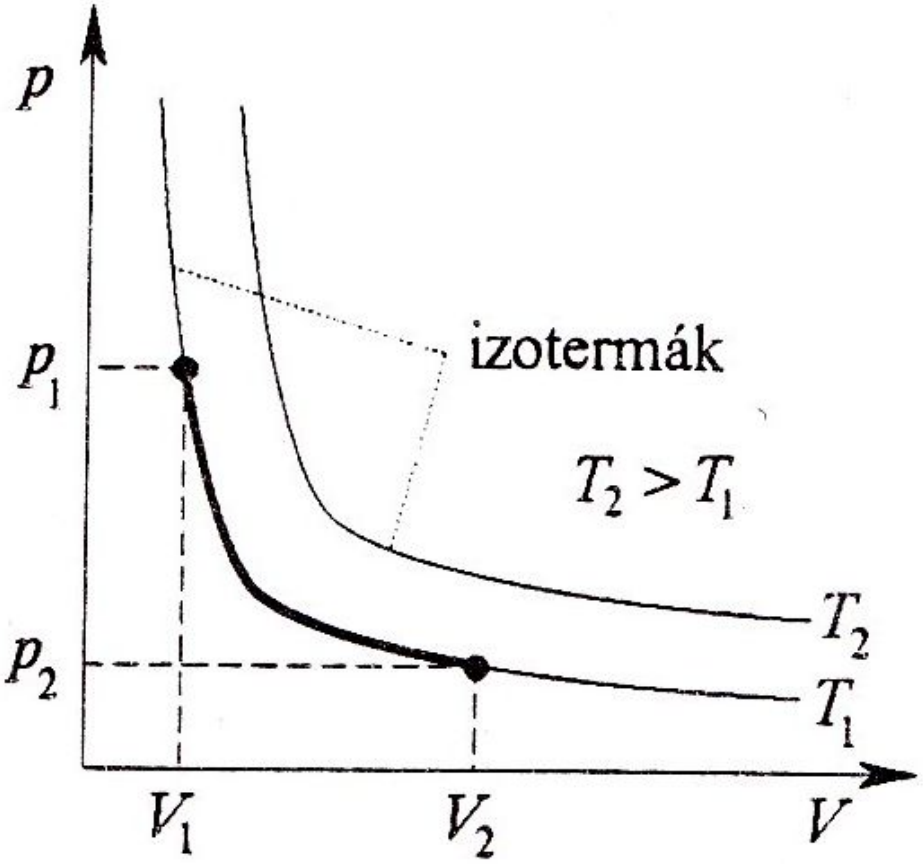
Állapotjelzők: közvetlenül mérhetők
(pl. nyomás, térfogat, anyagmennyiség)

Állapotfüggvény: az állapotjelzők nem függetlenek egymástól

$$f(p, V, T, n) = 0$$

Boyle-Mariotte-törvény

A hőmérséklet állandó $\Rightarrow p \cdot V =$ állandó
Izotermikus állapotváltozás
Állapotváltozások szemléltetése: **p-V diagram**



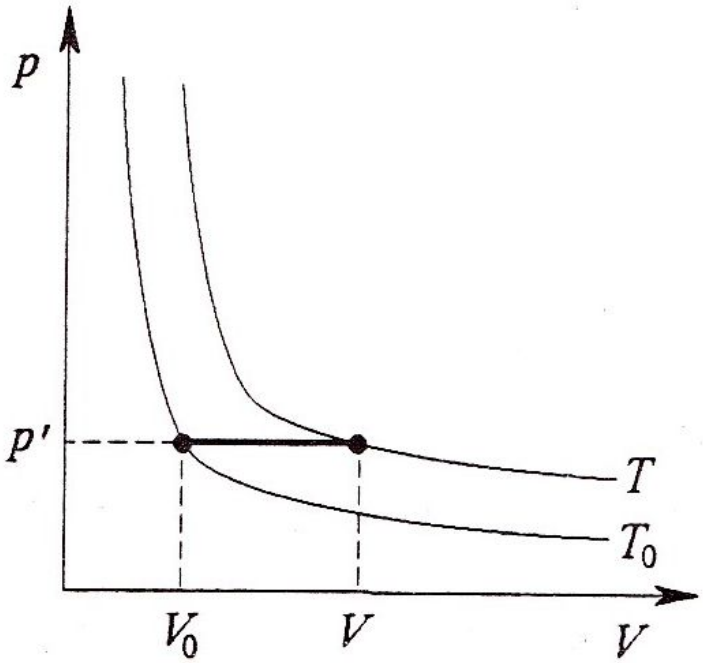
$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Gay-Lussac-törvények

Állandó nyomás $\Rightarrow$

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

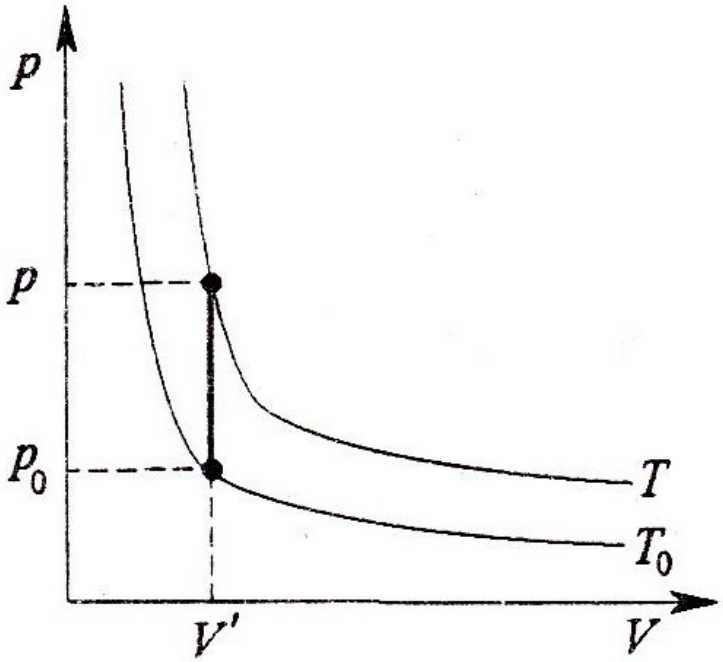
Izobár állapotváltozás



Állandó térfogat $\Rightarrow$

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}$$

Izochor állapotváltozás



Ideális gázok állapotegyenlete

$\frac{pV}{T} = \text{állandó} \Rightarrow$

$$pV = nRT$$

$$pV = NkT$$

n: anyagmennyiség [mol]

N: részecskeszám

R: **univerzális gázállandó**, $R = 8{,}31\,\mathrm{J/molK}$

N_A: **Avogadro-féle** szám, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,1/\mathrm{mol}$

k: **Boltzmann-állandó**, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$

$$k = \frac{R}{N_A}$$

Az Avogadro-törvény és a Dalton-törvény

Avogadro-törvény: az azonos nyomású, térfogatú és hőmérsékletű ideális gázokban mindig ugyanannyi gázrészecske található.

Dalton-törvény: ideális gázelegy p nyomása egyenlő az egyes gázkomponensek p_i **parciális nyomásának** összegével:

$$p = p_1 + p_2 + \cdots$$

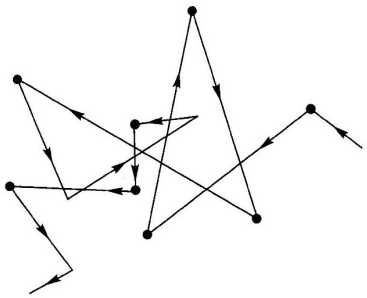
A gázelegy egyes komponensei (összetevői) úgy viselkednek, mintha a többi komponens nem lenne jelen.

A kinetikus gázelmélet

Leukipposz, Démokritosz, Dalton:
Az anyag atomokból áll

Avogadro: molekulák

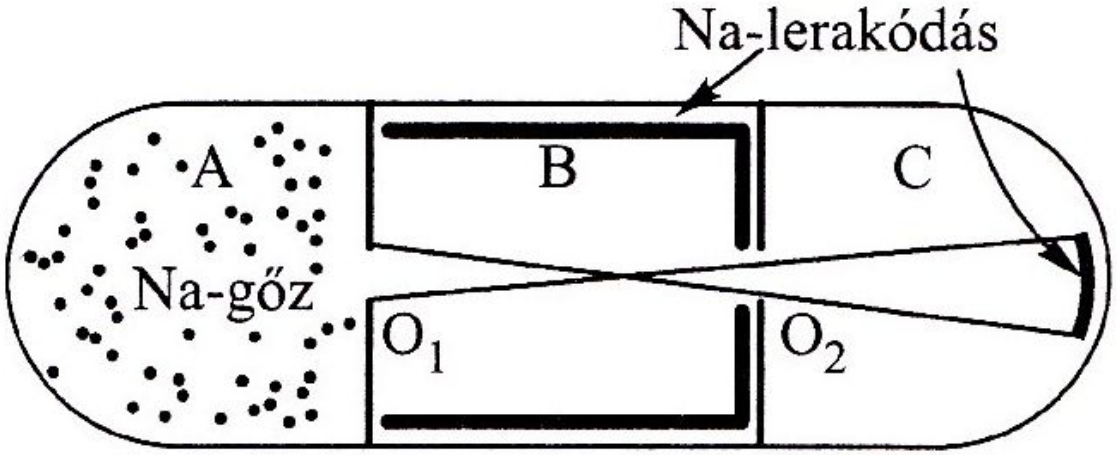
Bizonyítékok: Brown-mozgás, diffúzió, hőmozgás



A kinetikus gázelmélet alapfeltevései:

- az ideális gázok pontszerű atomokból/molekulákból állnak
- nagyszámú részecske (10^{24})
- a gázrészecskék egymással és az edény falával ütköznek, más kölcsönhatás nincs
- egyensúlyban a gázrészecskék egyenletesen töltik ki a teret

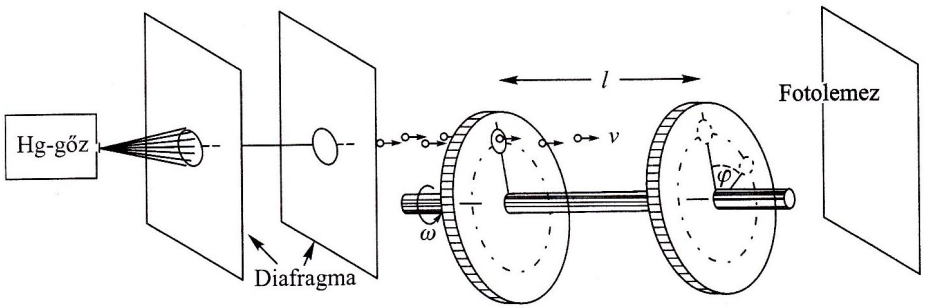
Molekulasugarak



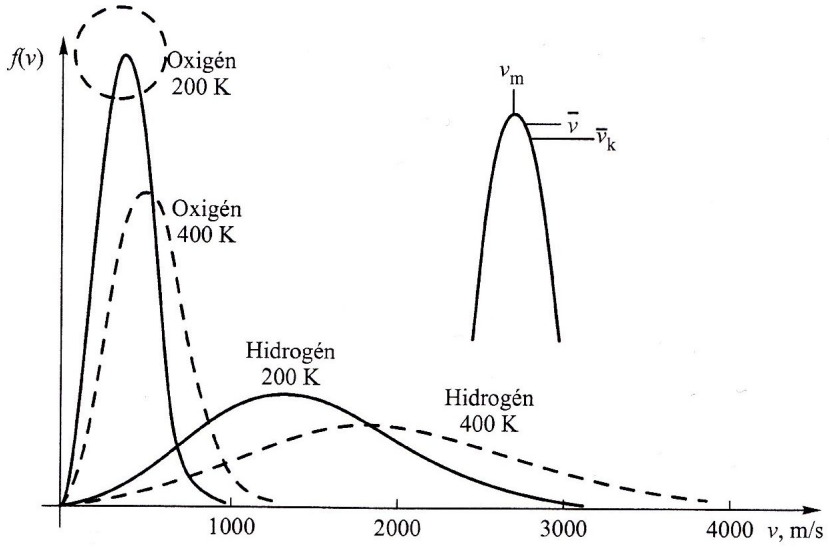
Dunoyer-kísérlet: ha a gáz részecskéi egymással nem ütköznek, egyenes vonalban haladnak.

Gázrészecskék sebességeloszlása

Eldridge-Lammert-féle berendezés ⇒
A részecskék sebessége kísérletileg meghatározható



Az egyes részecskék sebessége nem azonos ⇒
az események leírása statisztikai függvényekkel lehetséges



Maxwell-féle sebességeloszlás

Mérések + statisztikus fizika:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

A négyzetes középsebesség:

$$\overline{v}_{\mathrm{k}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Egy részecske átlagos energiája:

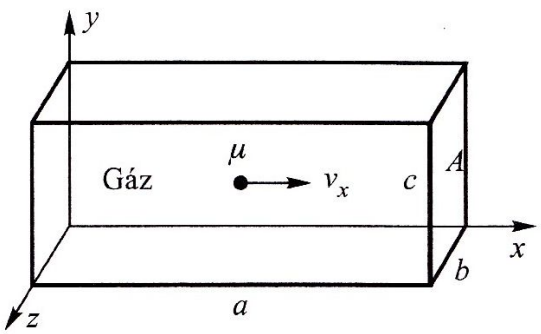
$$\overline{\epsilon}_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

A hőmérséklet statisztikai értelmezése:

$$T = \frac{2}{3k}\overline{\epsilon}_{\mathrm{k}}$$

A kinetikus gázelmélet

További feltételezések: csak haladó mozgás, csak az edény falával való ütközés



A gáz részecskéi ütköznek a fallal, impulzust adnak át $\Rightarrow$ nyomás
Hosszas levezetés eredménye: a nyomás értéke:

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$$

Átrendezve:

$$pV = \frac{2}{3}N\overline{\epsilon}_{\mathrm{k}} = \frac{2}{3}N\frac{3}{2}kT = NkT$$

A levezetés részletei

Adott v_x sebességgel a fal felé haladó részecskék száma:

$$\mathrm{d}N_\mathrm{f} = \frac{1}{2} N f(v_x)\,\mathrm{d}v_x$$

Adott v_x sebességgel időegység alatt ütköző részecskék:

$$\mathrm{d}N_\mathrm{u} = \mathrm{d}N_\mathrm{f}\frac{\mathrm{d}V}{V} = \frac{1}{2}\frac{N}{V} A v_x f(v_x)\,\mathrm{d}v_x\,\mathrm{d}\tau$$

Az időegység alatt átadott impulzus:

$$\mathrm{d}I(v_x) = \mathrm{d}N_\mathrm{u} 2 m v_x$$

$$\mathrm{d}I = \int \mathrm{d}I(v_x) = \left(m\frac{N}{V} A \int_0^\infty v_x^2 f(v_x)\,\mathrm{d}v_x \right) \mathrm{d}\tau$$

A levezetés részletei

A falra ható erő:

$$pA = F = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\tau}$$

A falra ható nyomás:

$$p = m\frac{N}{V}\int_0^\infty v_x^2 f(v_x)\,\mathrm{d}v_x$$

$$p = \frac{Nm}{V}\overline{v_x^2}$$

A nyomás minden egyes falon megegyezik $\Rightarrow$

$$\frac{Nm\overline{v_x^2}}{V} = \frac{Nm\overline{v_y^2}}{V} = \frac{Nm\overline{v_z^2}}{V} \quad \Rightarrow \quad \overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

$$p = \frac{1}{3}\frac{N}{V}m\overline{v^2}$$

Az ekvipartíció tétele

Egyatomos gázok (He, Ne, Ar, ...)

$$\bar{\epsilon}_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{3}{2}kT$$

Szabadsági fok (f): az energiatárolás független lehetősége
Pl. egyatomos gáz: 3 egymástól független mozgási irány: $f = 3$

Az **ekvipartíció tétele:** az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia:

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{1}{2}kT$$

Kétatomos gázok (H_2, O_2, ...): $f = 5$

- transzláció: 3 szabadsági fok
- rotáció: 2 szabadsági fok

Többatomos gázok: $f = 6$

Szilárd testek: $f = 6$

Ideális gázok belső energiája

Egy atom egy szabadsági fokára jutó átlagos energia:

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{1}{2}kT$$

Gáz: f szabadsági fok, N atom:

$$E = \frac{f}{2}NkT = \frac{f}{2}nRT$$

Az ideális gázok belső energiája csak a hőmérséklettől függ.

Megjegyzés: az épp „elérhető” szabadsági fokok száma függ a hőmérséklettől.

Reális gázok állapotegyenlete

Reális gázok:

- nem pontszerű részecskék (véges térfogatot elfoglalnak)
- a részecskék között vonzó kölcsönhatás is fellép
  van der Waals-erők

A van der Waals-féle állapotegyenlet:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

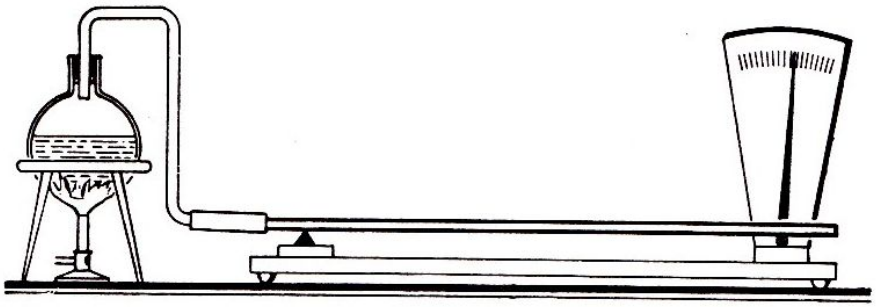
a és b a gázra jellemző állandók

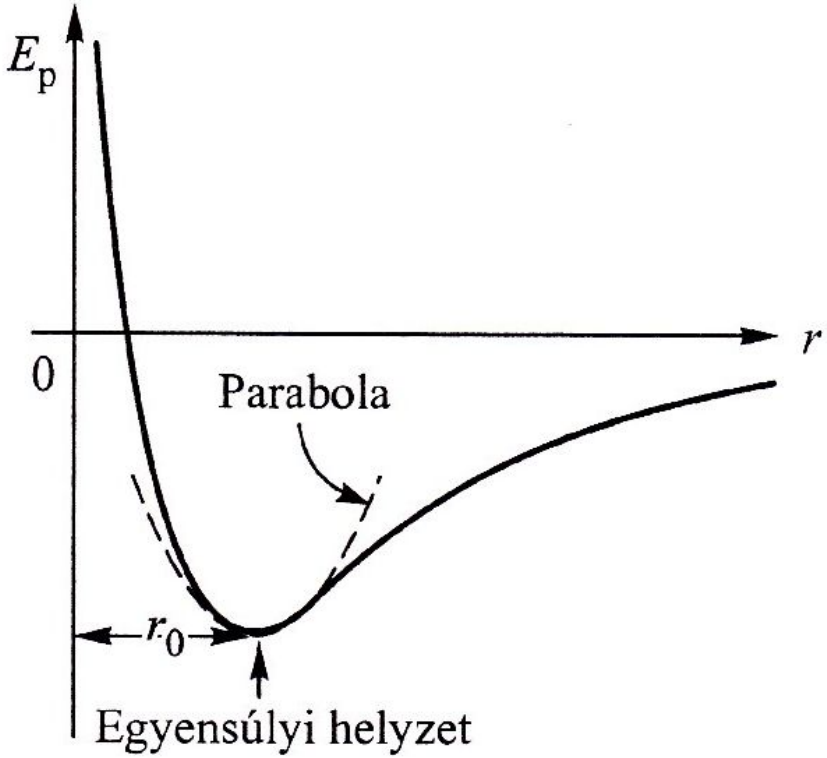
- a a nyomáskorrekció mértéke
- b a gázrészecskék saját térfogata (m^3/mol)

Szilárd testek hőtágulása

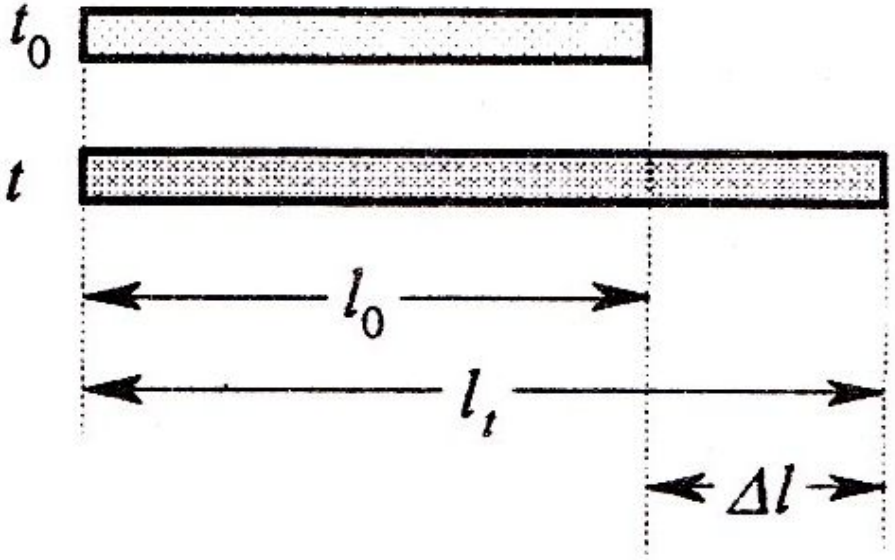
Az atomok rezegnek a kristályrácsban

Hőmérsékletváltozás hatására az atomok átlagos távolsága megváltozik





Lineáris hőtágulási együttható



Lineáris hőtágulási együttható: α

$$l_t = l_0\,[1 + \alpha(T - T_0)]$$

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta T$$

Nagyobb hőmérsékletkülönbség esetén: nem lineáris elemek

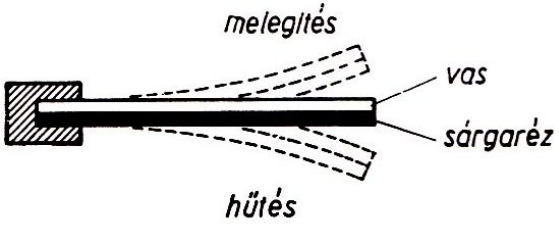
$$l_t = l_0\left[1 + \alpha(T - T_0) + \alpha_2(T - T_0)^2 + \cdots\right]$$

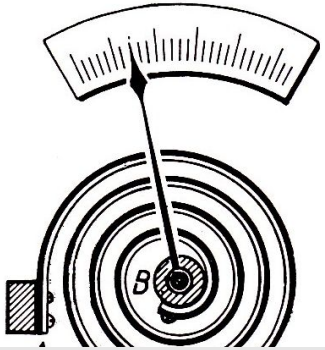
Lineáris hőtágulási együttható

Anyag	α (10^{-6} 1/K) $T_0 = 20°C$
Ólom	60
Alumínium	23
Réz	16
Arany	14
Beton	12
Vas / Acél	12
Platina	9
Üveg	8,5
Volfram	4,5
Szilícium	3
Gyémánt	1
Kvarcüveg	0,59

A különböző anyagok különböző mértékben tágulnak.

Alkalmazások: hőmérsékletmérés / hőmérsékletszabályozás

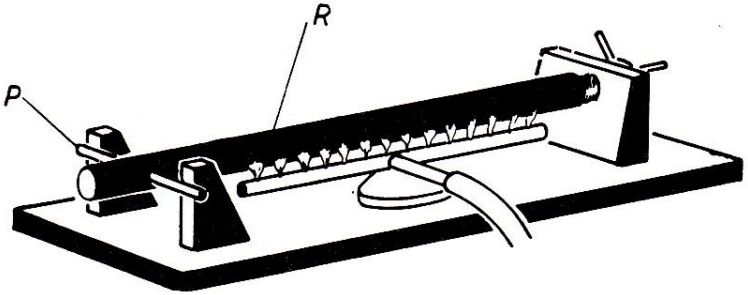




A hőtágulás során fellépő mechanikai feszültség

Ha a hosszváltozás akadályozva van $\Rightarrow$ mechanikai feszültség

$$l = l_0 \left[1 + \frac{\sigma}{E} + \alpha (T - T_0) \right]$$



A hőtágulás gyakorlati vonatkozásai

Hidak tágulása: görgők, tágulási hézagok

Vasúti sínek: tágulási hézagok, erős alap

Távvezetékek: nyáron jobban lelógnak

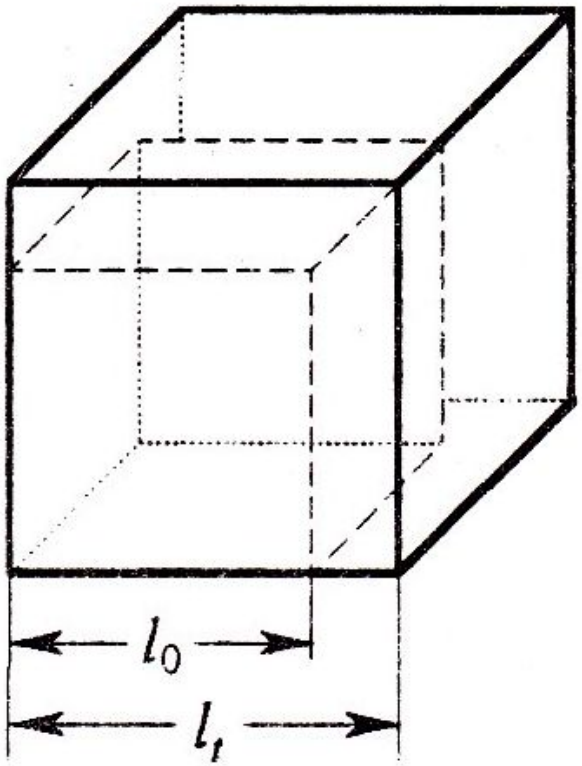
Csövek: meghajlított szakaszok szükségesek

Vasbeton: együtt kell táguljon az acél és a beton

Lakk, zománcrétegek: megrepedeznek, ha nem együtt tágulnak

Üvegedények: hirtelen hőmérsékletváltozás hatására megrepedhetnek ($\Rightarrow$ hőálló üvegek)

Térfogati hőtágulás



A test minden irányba tágul:

$$l_t = l_0\,[1 + \alpha(T - T_0)]$$

A test térfogata:

$$V_t = l_t^3 = l_0^3\,[1 + \alpha(T - T_0)]^3$$

$$V_t \approx V_0\,[1 + 3\alpha(T - T_0)]$$

Térfogati hőtágulási együttható: β

$$V_t = V_0\left[1 + \beta(T - T_0)\right]$$

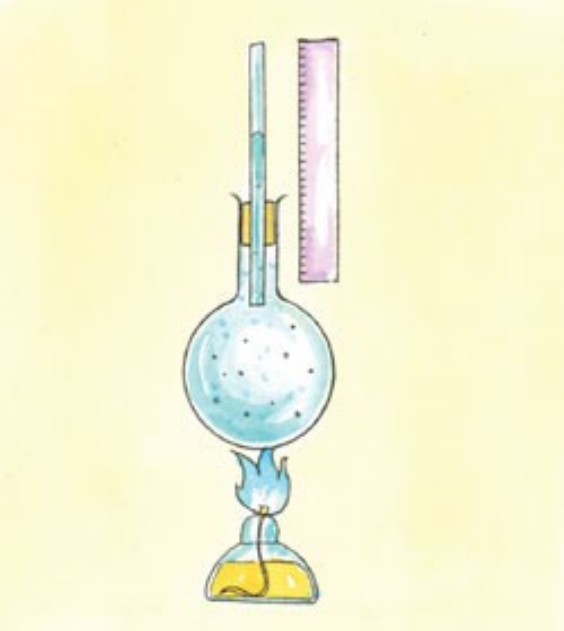
Folyadékok hőtágulása

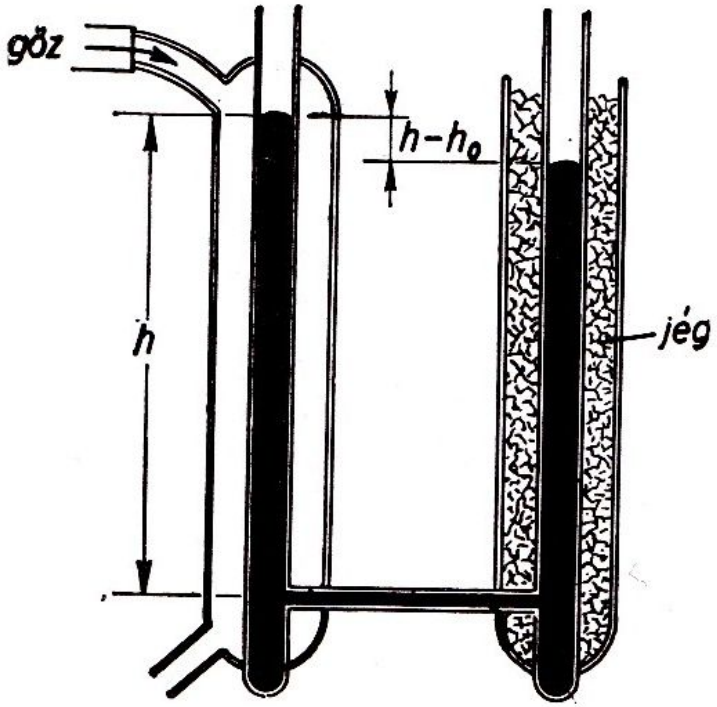
A folyadékok hőtágulása lényegesen nagyobb, mint a szilárd testeké

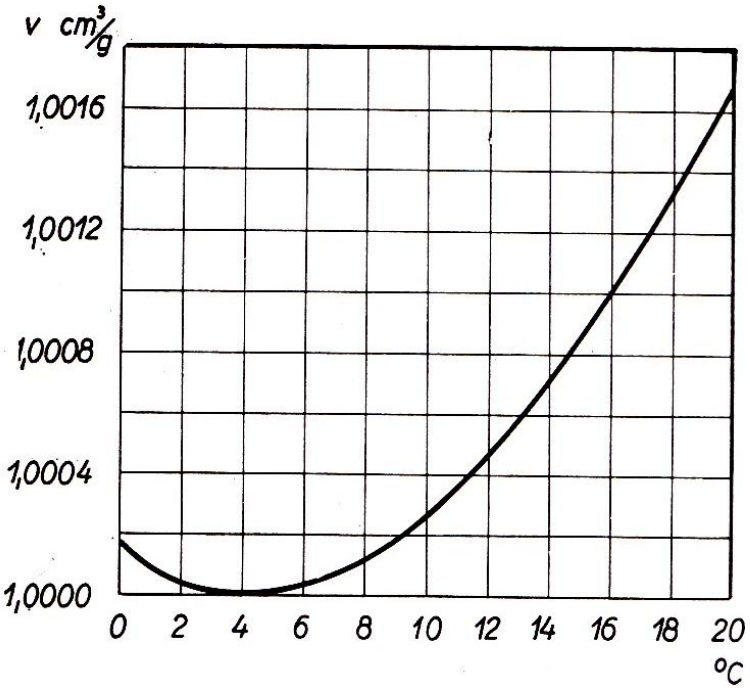
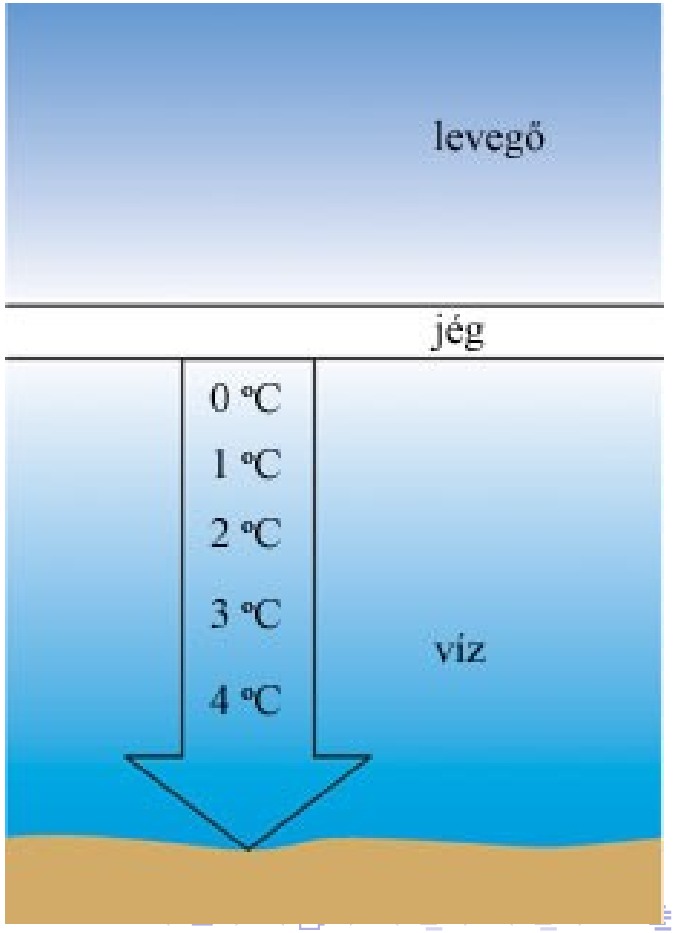
$$V_t = V_0 \left[1 + \beta(T - T_0)\right]$$

A sűrűség is változik:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta(T - T_0)}$$





A víz hőtágulása

A víz sűrűsége 4°C-on a legnagyobb ⇒
a tavak alja nem fagy be