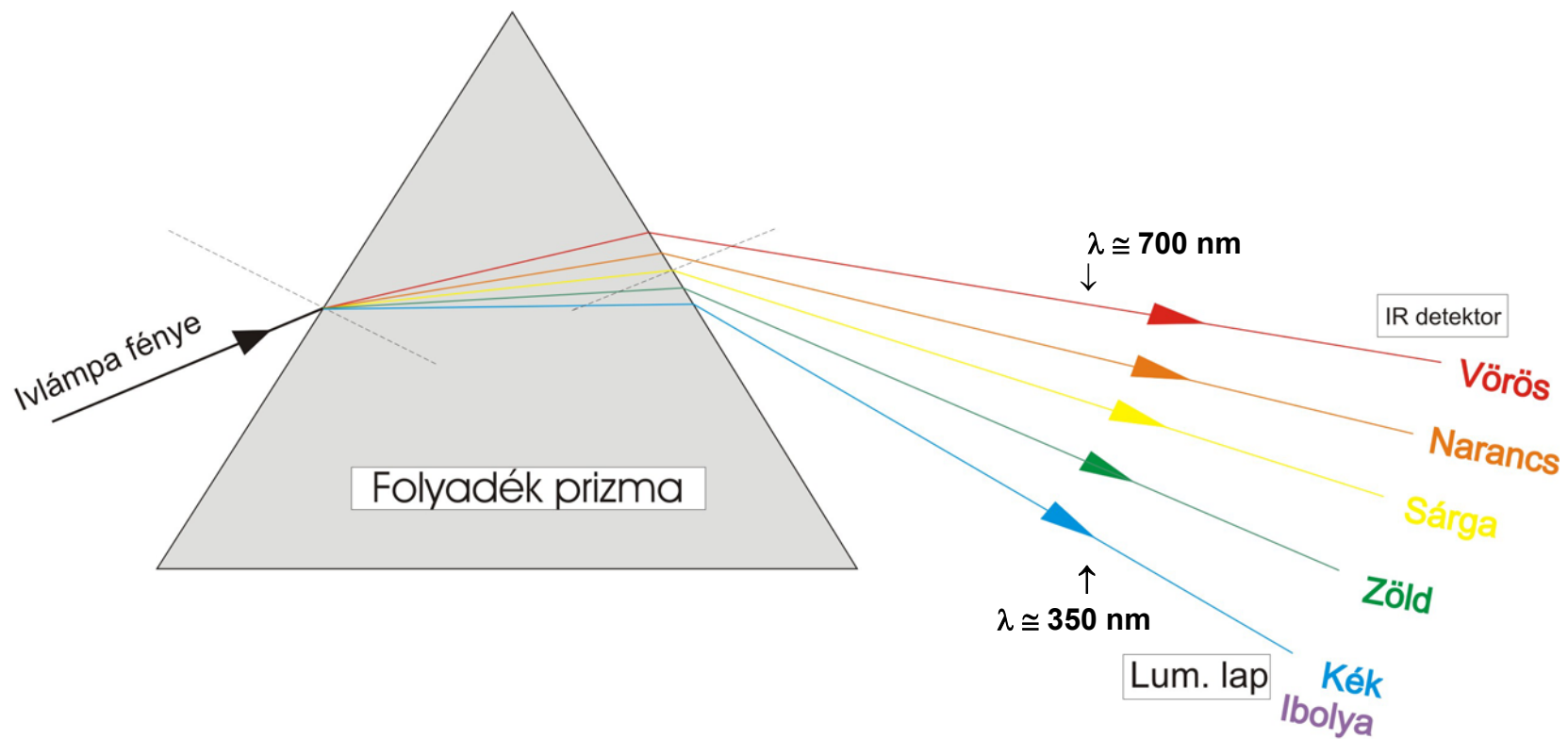





# ELEKTROMOS HULLÁMOK (RÁDIÓHULLÁMOK)

	$\lambda$	$\nu$
Hosszúhullámok	>1000 m	< 300 kHz
Középhullámok	$\approx 1000 - 200$ m	$\approx 300$ kHz – 1,5 MHz
Átmeneti hullámok	$\approx 200 - 100$ m	$\approx 1,5$ MHz – 3 MHz
Rövid hullámok	$\approx 100 - 10$ m	$\approx 3$ MHz – 30 MHz
Ultrarövid hullámok	$\approx 10 - 1$ m	$\approx 30$ MHz – 300 MHz
Mikrohullámok	< 0,3 m	> 1000 MHz (=1GHz)

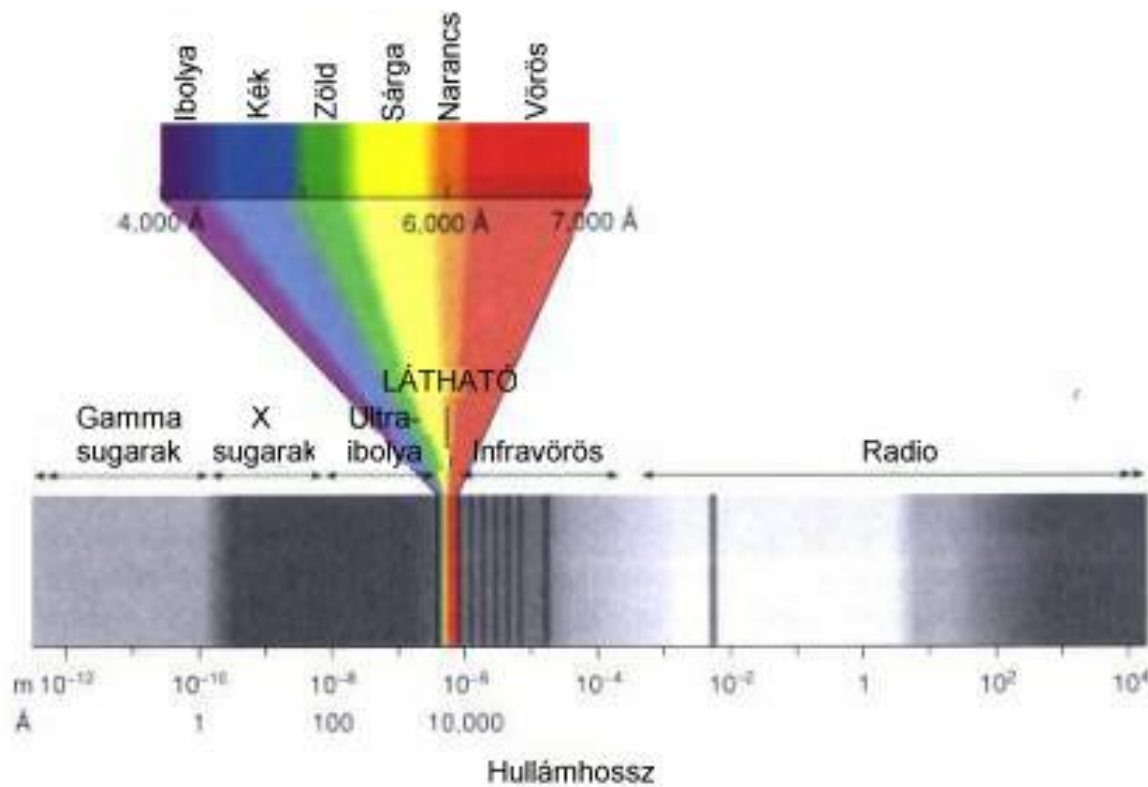
## AZ ELEKTROMÁGNESES SZÍNKÉP

Kozmikus sugarak	$- 5 \times 10^{-4} \text{ nm}$
$\gamma$ sugarak	$5 \times 10^{-4} \text{ nm} - 5 \times 10^{-2} \text{ nm}$
Röntgen sugarak	$2 \times 10^{-2} \text{ nm} - 60 \text{ nm}$
Ultraibolya	$10 \text{ nm} - 380 \text{ nm}$
Látható	$380 \text{ nm} - 760 \text{ nm}$
Infravörös	$0,76 \text{ } \mu\text{m} - 500 \text{ } \mu\text{m}$
Elektromos hullámok	$100 \text{ } \mu\text{m} -$



-  Spektrum előállításá
-  IR
-  UV megjelenítése (UV lámpa)

## A LÁTHATÓ SZÍN TARTOMÁNY



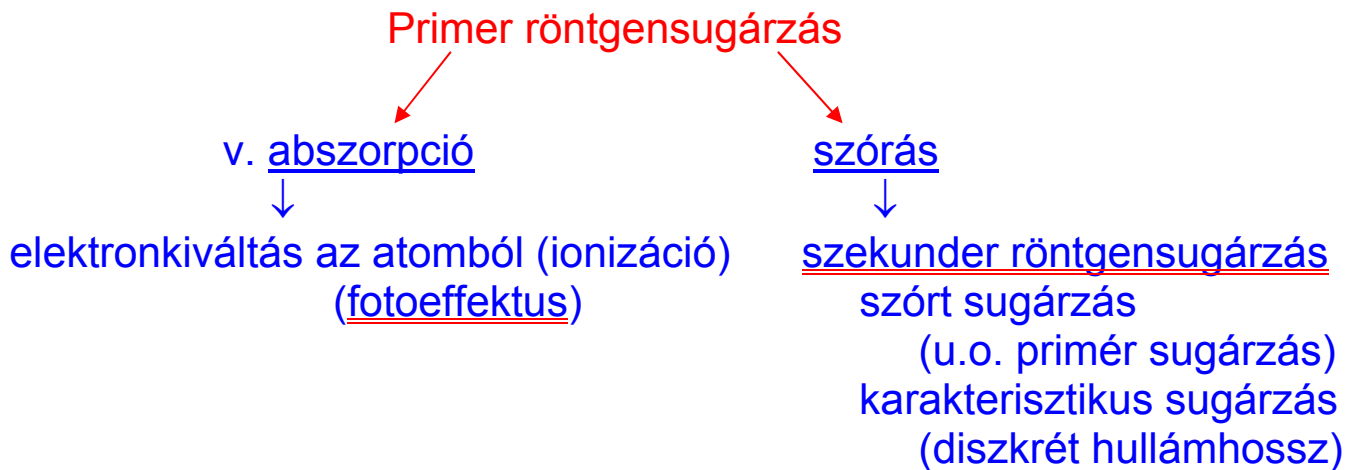
~ 380 nm –760 nm

Infravörös tartomány: 760 nm – 5000 nm

Ultraibolya tartomány: 10 nm - 380 nm

Röntgen színtartomány:  $2 \times 10^{-2}$  nm – 60 nm

## RÖNTGENSUGÁRZÁS ÁTHALADÁSA ANYAGON



$I_0, d$

$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

$\mu$  = gyengítési együttható

$$\mu = \mu_{\text{absz}} + \mu_{\text{szórás}}$$

két gyengítési mechanizmus

↓  
függnek:  $\lambda$ -tól és az atomsúlytól  
(minél rövidebb hullámhosszú a röntgensugárzás,  
és minél ritkább az anyag, annál nagyobb az  
áthatolóképesség)

Szórt sugárzás: interferencia kristályokról, gázokról, folyadékokról  
– molekulákon belüli atomelrendeződésre,  
folyadékok szerkezetére utal

## A röntgensugarak főbb hatásai

- fluoreszkáló hatást keltenek
- fényképező lemezt megfeketítik
- a levegőt ionizálják
- nagy az áthatolóképességük (kemény, lágy)

jellemzői:

- erősség (fűtőáram)
- keménység (K, AK közti feszültség)

Gyengülésük mértéke függ:

- az anyagban lévő elemek atomsúlyától
- az anyagsűrűségtől  
(víz és szerves anyagok kicsit,  
csont és fémek nagyon gyengítik)  
Árnyékkép!

Gyakorlati alkalmazások:

- orvosi  
röntgenátvilágítás
- technikai
- röntgendiagnosztika
- anyagvizsgálat

röntgen dózis: sugárzás erőssége x besugárzás időtartama

## ATOMFOGALOM KIALAKULÁSA

- állandó súlyviszonyok törvénye
- Gay – Lussac térfogati törvénye
- Avogadro törvénye  $p \frac{V}{T} \sim$  (atom-molekula súly)
- Kinertikus gázelmélet (nyomás, fajhő, hővezetés, sebesség eloszlás, viszkozitás)
- Brown-féle mozgás
- Laue kísérlet  $N_A = 6.0225 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Dalton „anyag végső építőkövei”
- Prout H-ra felépített rendszer
- Mengyelejev
- Faraday törvényei  $e = \frac{F}{N_A} (=1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$
- Katódsugarak

$\frac{e}{m_{el}}$  meghatározása (elektron) elektromágneses eltérítés

$e$  meghatározása Millikan, Schottky-féle sötéthatás



ionok  $m_{el} (= 9.1 \times 10^{-28} \text{ g})$

- Energia „atomisztikus” kvantáltsága

Planck-féle sugárzási törvény

Optikai spektrumok (Bohr-féle atommodell)

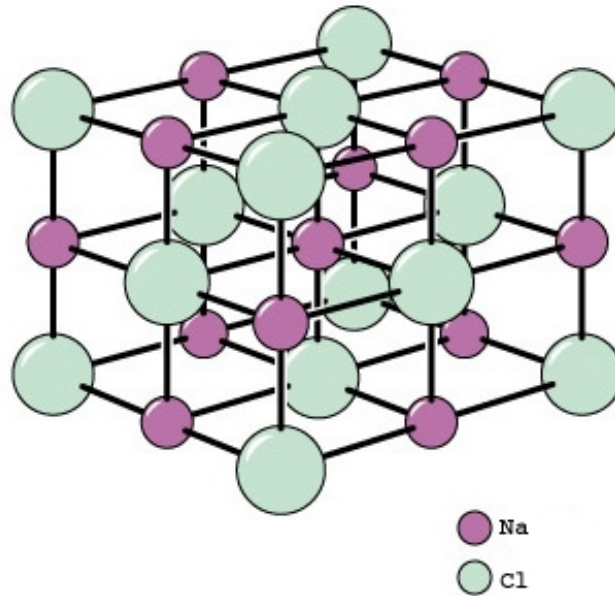


kvantummechanika

# A RÖNTGENSUGÁRZÁS HULLÁMTERMÉSZETE

Laue gondolata: a röntgensugarak  $\lambda$ -ja azonos nagyrágrendű mint a kristályokhoz rendelhető rácsállandó

NaCl-kristály rácsállandója



$$M \quad (23+35.5) \text{ g}$$

$$V_{mol} = \frac{M_{mol}}{\rho}$$

$$\rho \quad 2.196$$

---

$$2N_A \left(\frac{a}{2}\right)^3$$

$$V_{mol} = 2N_A \left(\frac{a}{2}\right)^3$$

---

$$\frac{M_{mol}}{\rho} = 2N_A \left(\frac{a}{2}\right)^3$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4M}{N_A \rho}} = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 5,6 \text{ \AA}$$

optikai rácsok rácsállandója:  $\sim 10^{-3} - 10^{-4} \text{ cm}$

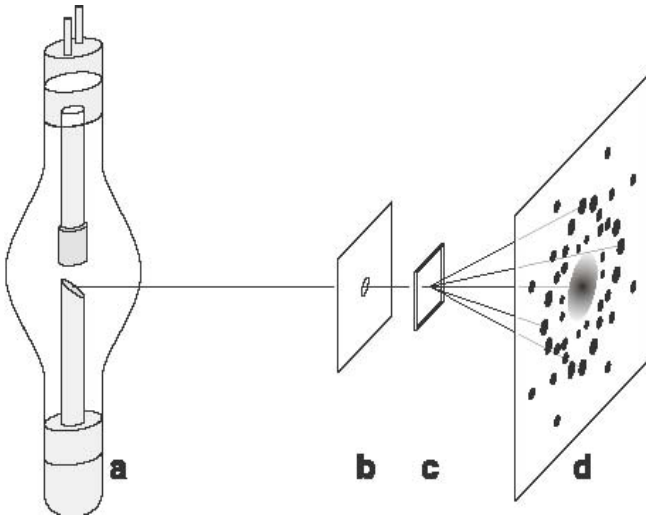
$$a_{kr} \cong a_{op} \cdot 10^{-4}$$

!!! 
$$N_A = \frac{4M_{mol}}{a^3 \rho}$$



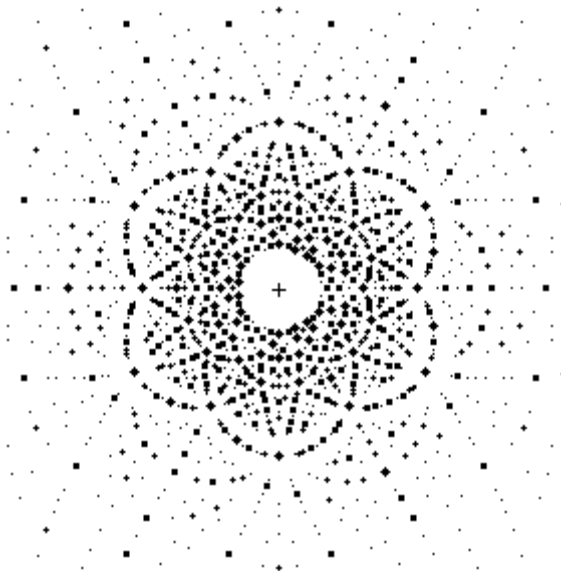
# RÖNTGENSUGARAK INTERFERENCIÁJA KRISTÁLYOKON

Laue (1912) → Knipping kísérlete (1912)  
Friedrich



- a: röntgensugár forrás
- b: ólom
- c: ZnS-kristály
- d: fotolemez

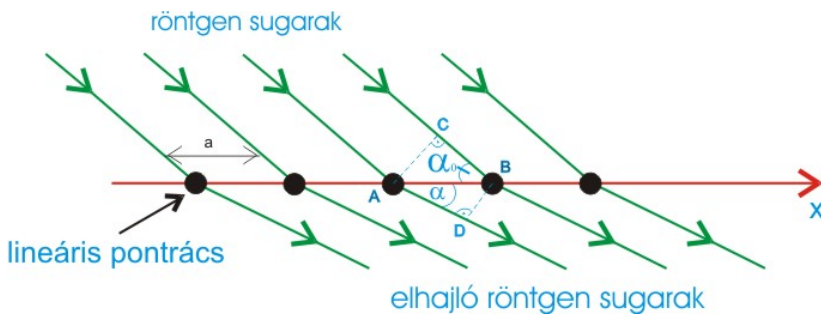
## Laue-diagram



röntgensugarak által előállított  
diffrakciós kép berill kristályról

a diagram a kristály szerkezetétől és a kristálynak a beeső sugárhoz viszonyított helyzetétől függ

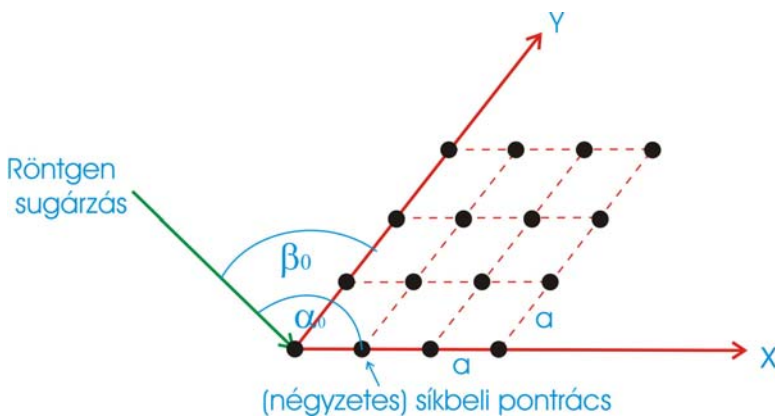
# LAUE-DIAGRAM SZERKEZETE



## lineáris pontrács

$$AD-BC = a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = k\lambda$$

erősítés feltétele

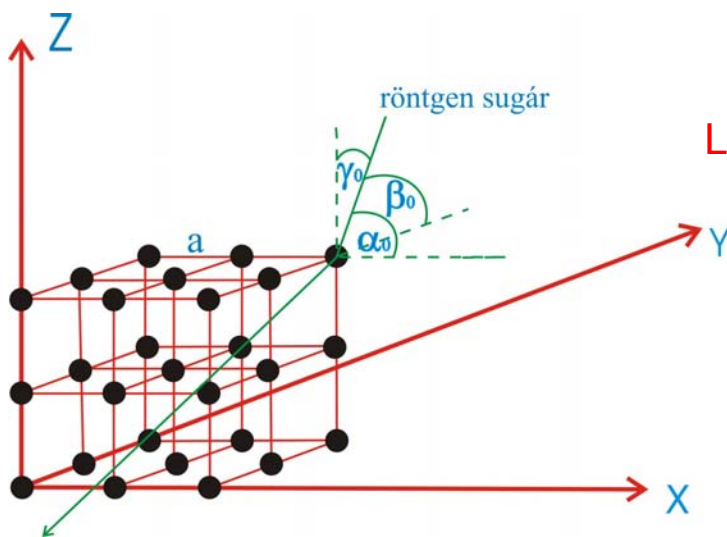


## (négyzetes) síkbeli pontrács

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = k_1\lambda$$

$$a(\cos\beta - \cos\beta_0) = k_2\lambda$$

erősítés (maximum) feltétele



## Laue-feltétel

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = k_1\lambda$$

$$a(\cos\beta - \cos\beta_0) = k_2\lambda$$

$$a(\cos\gamma - \cos\gamma_0) = k_3\lambda$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$(\cos^2\alpha_0 + \cos^2\beta_0 + \cos^2\gamma_0 = 1)$$

$$\cos\alpha = \frac{k_1\lambda}{a} + \cos\alpha_0$$

$$\cos\beta = \frac{k_2\lambda}{a} + \cos\beta_0$$

$$\cos\gamma = \frac{k_3\lambda}{a} + \cos\gamma_0$$

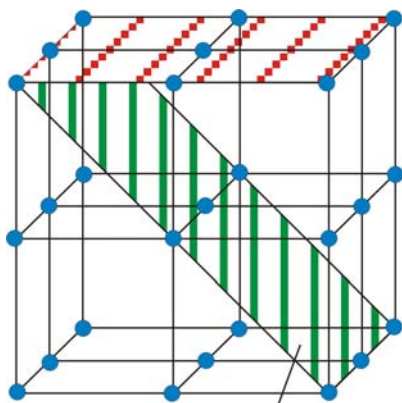
$$\lambda = -2a \frac{k_1 \cos\alpha_0 + k_2 \cos\beta_0 + k_3 \cos\gamma_0}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}$$

Egyes foltok a Laue diagrammon

--különböző  $\lambda$ -knak és különböző  $k_1, k_2, k_3$  rendszám-rendszernek felelnek meg

# RÖNTGENSPEKTROGRÁFIA ÉS KRISTÁLYSZERKEZET-ELEMZÉS

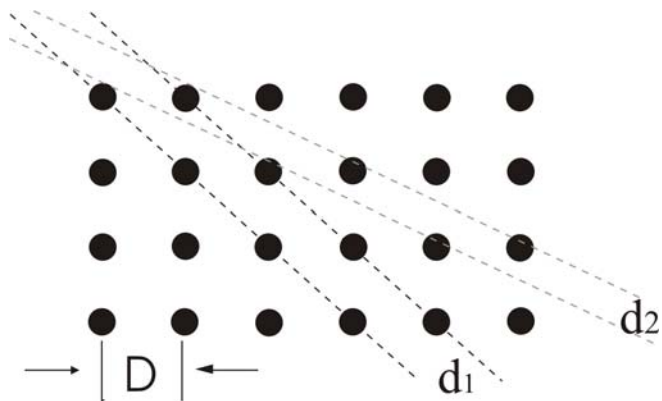
Laue-eljárás  
a két Braggtól származó eljárás



hálózati sík

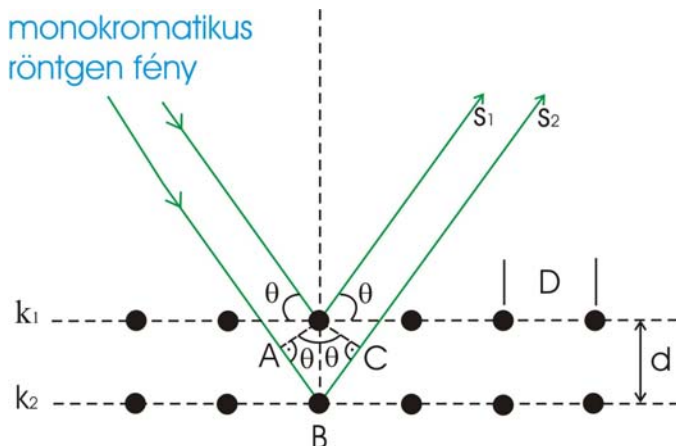
kristályrács

← röntgensugaraknak a kristály hálózati síkjain való „visszaverődésén” alapszik



hálózati síkok

Röntgensugarak visszaverődése a kristály hálózati síkjain



Bragg-féle feltétel

$$AB + BC = k\lambda \quad (\text{maximális erősítés feltétele})$$

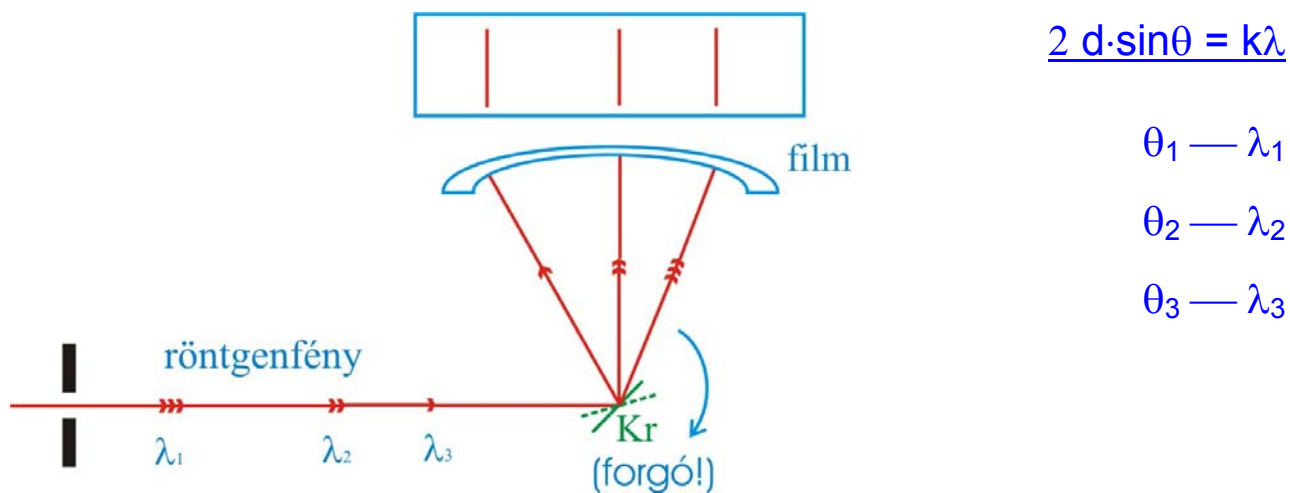
$$AB = BC = d \cdot \sin\theta$$

$$2 d \cdot \sin\theta = k\lambda \quad (x)$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots)$$

Meghatározott  $\theta$  szöggel a kristályra eső röntgenfény csak akkor reflektálódik észrevehető mértékben, ha hullámhossza (x)-nek eleget tesz.

## BRAGG-FÉLE FORGÓKRISTÁLY MÓDSZER



a Kr kristály megfelelő  $\theta_1$  szög mellett  $\lambda_1$ -et, más  $\theta_2$ , ill.  $\theta_3$  mellett pedig  $\lambda_2$ , ill.  $\lambda_3$ -at veri vissza;

különböző  $\lambda$ -knak a filmen különálló vonalak felelnek meg

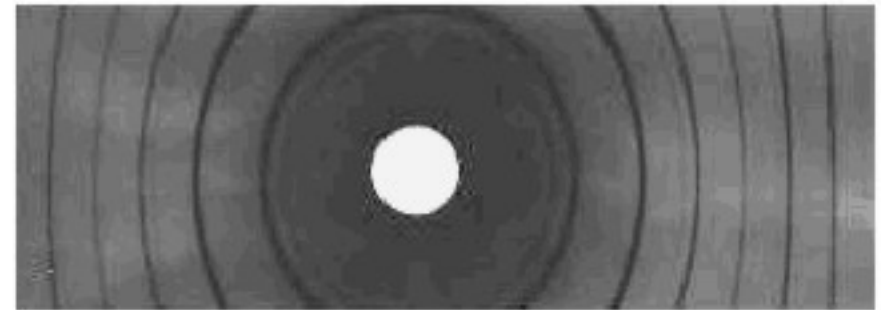
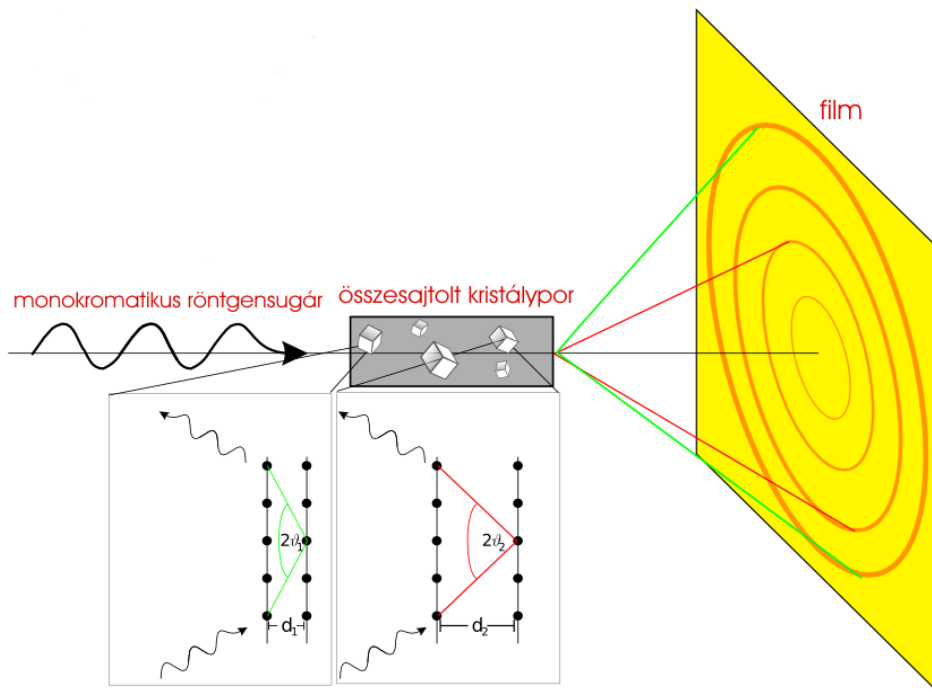
$\theta$  - mérhető, ismert  $d$ -állandójú kristályt használva

a  $\lambda$  - hullámhossz meghatározható

ha nem  $d$ -t, hanem  $\lambda$ -t ismerjük, a nyert felvételek alapján ( $\theta$ ) a kristályszerkezet alakját elrendeződésére következtethetünk

(kristályszerkezet – elemzés)

## DEBYE-SCHERRER-FÉLE KRISTÁLYPOR MÓDSZER



a beeső röntgensugár körüli szimmetria miatt  
a spektrumvonalak körök

A vizsgált sugárzás mindegyik  $\lambda$ -jához a Bragg-feltételnek megfelelő  $\theta$  tartozik:

$$2 d \cdot \sin\theta = k\lambda$$

$\theta$  - mérhető,  $d$  – ismert  $\rightarrow$   $\lambda$  meghatározható

$\lambda$  - ismert,  $\theta$  - mérhető  $\rightarrow$   $d$  meghatározható

## DISZPERZIÓ, ABSZORPCIÓ

$$M_x = e \cdot x \quad E_x = B \cdot e \cdot j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot z)$$

$$x + 2 \cdot \beta \cdot x + \omega_0^2 \cdot x = a \cdot e \cdot j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot z)$$

$$\omega_0^2 = \frac{D}{m} \quad 2\beta = \frac{\alpha}{m} \quad a = \frac{e \cdot B}{m} \quad (x = x_0 \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t})$$

$$x = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\beta\omega} E_x$$

$$P_x = (\text{elektr. polarizáció}) = \sum_k e \cdot x = \chi \cdot E_x$$

$$E_x \sum_k \frac{N_k e^2/m}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2j\beta_k \omega} = \chi E_x$$

$$(\varepsilon' - j \cdot \varepsilon'' =) n^2 = \varepsilon = 1 + 4 \cdot \pi \cdot \chi$$

## AZ ATOMOK TÖMEGE

$A_r$  – relatív atomtömeg [1]

$m_A$  – atom tömege [kg]

$$A_r = \frac{m_A}{TE}$$

TE – atomi tömegegység [kg]

$$1TE_{^{12}C} = 1u = \frac{m_A(^{12}C)}{12} = 1.660565 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$M_r = \frac{m_M}{TE}$$

$n$  – anyagmennyiség [mol]

$$1 \text{ mol} = A_r (M_r) \text{ gramm} = \text{Avogadro-féle szám} \times m_A (m_M)$$

$M_{mol}$  – moláris tömeg

$$M_{mol} = \frac{m}{n}$$

$V_{mol}$  – moláris térfogat

$$V_{mol} = \frac{V}{n}$$

## AZ AVOGADRO-ÁLLANDÓ

$$(N_A = 6,0221367 \times 10^{23} \text{ 1/mol})$$

$$k = \frac{R}{N_A}$$

$$p \cdot V_{\text{mol}} = R \cdot T$$

leülepedési egyensúly

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{\frac{mg(h_2-h_1)}{kT}}$$

Brown-mozgás

$$\bar{x}^2 = \frac{kT}{3\pi\eta r} \tau$$

$$D \bar{\varphi}^2 = kT$$

radioaktivitás (Ra  $\rightarrow$   $\alpha$ -r.  $\rightarrow$  He)

$$N_A = \frac{N}{n}$$

elektrolízis

$$N_A = \frac{F}{e}$$



## AZ ATOMOK NAGYSÁGA

Avogadro állandó segítségével

$$V_a = \frac{V_{mol}}{N_A}$$

$$V_a = a^3 = (2r)^3$$

$$V_a' = 0.74V_a$$

saját térfogatból

$$\left( p + \frac{a}{V_{mol}^2} \right) (V_{mol} - b) = RT$$

$$b = 4 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 N_A$$

ütközési hatáskeresztmetszetből

$$\alpha = N\sigma = N(r_1 + r_2)^2 \pi$$

$$\left( -\frac{dN_1}{N_1} = \frac{Q dx N_2 \sigma}{Q} \right)$$

közepes szabad úthosszból

$$\lambda = \frac{1}{N 4\pi r^2}$$

viszkozitás  $\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda$

hővezetés  $\lambda_{th} = \frac{1}{2} k N \bar{v} \lambda$

röntgensugárzás kristályon t. diffrakciója

tér-ionmikroszkóp, alagútmikroszkóp

## AZ ELEKTROMOSSÁG „ATOMOS SZERKEZETE”

elektronok      ionok

elektrolízis törvényei

$$\frac{Q}{m} = \frac{F}{zM}$$

M – moláris tömeg

F – Faraday-f. állandó

$$F = 96485 \text{ Cmol}^{-1}$$

$$F' = F \cdot \text{mol} = 96485 \text{ C}$$

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{F'}{N}$$

katódsugarak

Millikan kísérlet

$$QE = \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho - \rho_l) g = 6\pi\eta r v_E$$

$$e = (1.60217733 \pm 0.00000048) \times 10^{-19} \text{ C}$$

elektronemisszió zaja

$$\bar{i}^2 = \frac{e}{\Delta t} I$$

## AZ ELEKTRON FAJLAGOS TÖLTÉSE $\left(\frac{e}{m}\right)$

elektromos tér

$$y_e = C' \frac{e}{m} \frac{1}{v^2}$$

mágneses tér

$$y_m = C'' \frac{e}{m} \frac{1}{v}$$

$$\frac{e}{m} = (1.75890 \pm 0.00002) \times 10^{11} \frac{C}{kg}$$

elektron tömege

⇓

$$m_o = (9.1083 \pm 0.0003) \times 10^{-31} \text{kg}$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\Delta W = (m - m_o)c^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) m_o c^2$$

Ionok fajlagos töltése (tömegspektroszkópok)

# ATOMMODELLEK

atom – oszthatatlan rész (XIX. sz. vége)

katódsugarak (elektron az atom része)

radioaktivitás ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  sugárzás)

Thomson - féle atommodell

Katódsugarak szórása

Lenard - féle atommodell

$\alpha$ -sugarak szórása

Rutherford-féle szórási formula  $\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{m_\alpha v_o^2}{2Ze^2} b$

$$\frac{dn}{n} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{Ne^4 Z^2 D}{m_\alpha^2 v_o^4 \sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} d\Omega$$

dn függése  $\vartheta$ -tól, D-től,  $v_o$ -tól

négyzetes függés az atomsúlytól

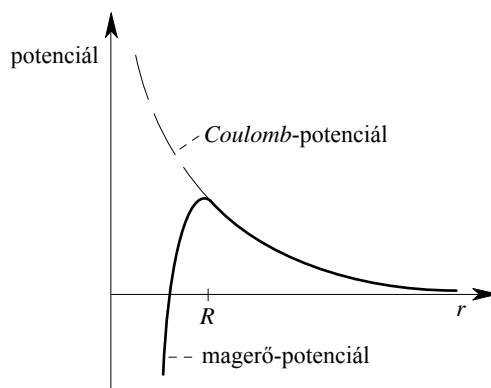
atomsúly  $\sim Z$

magtöltésszám = redszám !

$\frac{dn}{n}$  méréséből  $Z$  (rendsszám) =  $Z'$  (megtöltésszám)

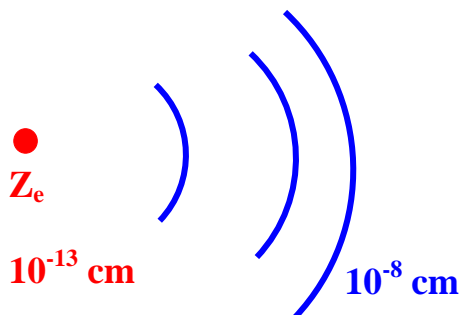
magsugár

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{2Ze^2}{r_A} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$



$$R = (1,3 \pm 0,1)A^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{ m} = (1,3 \pm 0,1)A^{1/3} \text{ fm}$$

Rutherford-féle atommodell



Elektrodinamikailag nem stabilis!

# A SUGÁRZÁS KVANTUMOS TERMÉSZETE

## A FOTONOK

### **Hőmérsékleti sugárzás**

„hősugárzás”

kvalitatív tapasztalatok \*(hővezetés hiánya, Prevost)

1. melegebb test lehűl (és fordítva)
2. a sugárzás erőssége a hőmérséklettel nő
3. a spektrális összetétel a hőmérséklet függvénye \*
4. azok a testek sugároznak legjobban, amelyek jól abszorbeálnak\*

Prevost tétele: bármely hőfokú test sugároz környezetének hőfokától függetlenül

Sugárzási egyensúly

$$u_1(T) = u_2(T)$$

## ELEKTROMÁGNESES HULLÁMOK ÜREGBEN

Sugárzás energiasűrűsége	$u = u(T)$
intenzitása	$I = cu$
fajlagos intenzitása	$K = \frac{c}{(8)4\pi} u$
spektrális energiasűrűsége	$u_\nu = u_\nu(\nu, T)$
	$u = \int u_\nu d\nu$

elektromágneses tér

független, különböző frekvenciájú, irányú

állóhullámok rendszere

Rayleigh, Planck állóhullám  $\Leftrightarrow$  lineáris harmonikus oszcillátor

$$u_\nu(\nu, T)d\nu = dn_\nu \varepsilon_\nu$$

$$dn_\nu \left( = \frac{dN_\nu}{d\nu} \right) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu$$

abszorpcióképesség  $A(\nu, T)$

reflektálóképesség  $R(\nu, T)$

emisszióképesség  $E(\nu, T)$

abszolút fekete test  $A = 1$

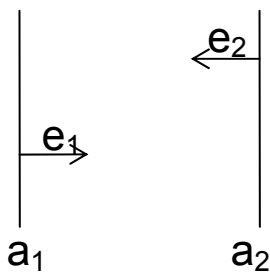
$$E(\nu, T) = E_o(\nu, T)$$

Kirchoff törvénye (1860)

$$\left[ \frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} \right]_1 = \left[ \frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} \right]_2 = K_\nu(\nu, T) = \frac{c}{8\pi} u_\nu(\nu, T) = E_o(\nu, T)$$



$$E(\nu, T) = A(\nu, T) \boxed{E_o(\nu, T)}$$



$$e_1 a_2 = e_2 a_1$$

$$\frac{e_1}{a_1} = \frac{e_2}{a_2}$$

spektrumvonalak „megfordítása”



## A SPEKTRÁLIS ELOSZLÁSI FÜGGVÉNY

Wien féle formula (rövidhullámú közelítés)

$$u_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

energia frekvencia szerinti eloszlása – Maxwell - féle sebességeloszlás

Rayleigh - Jeans féle formula

(hosszúhullámú egyezés)

$$u_\nu(\nu, T) d\nu = dn_\nu \bar{\varepsilon} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu kT$$

állóhullámok száma x harmonikus oszcillátor energiája

$$\int_0^\infty u_\nu(\nu, T) d\nu = \infty \quad !!!$$

## PLANCK-FÉLE SUGÁRZÁSI TÖRVÉNY

$$u_\nu(\nu, T) = dn_\nu \bar{\varepsilon} \quad \left( dn_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu \right)$$

sugárzás  $\longleftrightarrow$  oszcillátorok

oszcillátorok lehetséges energiaértékei

$$\varepsilon_n = n\varepsilon = nh\nu \quad \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu$$

$$h = 6.626176 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$u_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$u_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

Planck - féle sugárzási törvény



Stefan - Boltzmann törvény

(integrálás)

Wien - féle eltolódási törvény

(differenciálás)

Wien - féle formula

$(\frac{h\nu}{kT} \gg 1)$

Rayleigh - Jeans formula

$(\frac{h\nu}{kT} \ll 1)$

## MAGAS HŐMÉRSÉKLETEK MÉRÉSE

$$e = aE$$

fekete test ( $a = 1$ )

szürke test ( $a < 1$ , const.)

szelektív sugárzó

$E_\lambda d\lambda$  mérése

színhőmérséklet

## ATOMHALMAZ ÉS SUGÁRZÁSI TÉR TERMIKUS EGYENSÚLYA

$$P_s = N_j A_{jk} h \nu_{jk}$$

$$h \nu_{jk} \quad \text{----- } j$$

$$u_\nu(\nu, T) = u(\nu_{jk})$$

$$P_j = N_j B_{jk} u(\nu_{jk}) h \nu_{jk}$$

$$\text{----- } k$$

$$E_j - E_k = h \nu_{jk}$$

$$P_q = N_k B_{kj} u(\nu_{jk}) h \nu_{jk}$$

$$P_s + P_j = P_q$$

$$N_j [A_{jk} + B_{jk} u(\nu_{jk})] = N_k B_{kj} u(\nu_{jk})$$

$$\frac{N_j}{N_k} = \frac{g_j}{g_k} e^{-(E_j - E_k)/kT}$$

⇓

$$u(\nu_{jk}) = \frac{A_{jk} / B_{jk}}{\frac{B_{kj} g_k}{B_{jk} g_j} e^{\frac{h \nu_{jk}}{kT}} - 1}$$

⇓

$$T \rightarrow \infty \Rightarrow u(\nu_{jk}) \rightarrow \infty \Rightarrow B_{kj} g_k = B_{jk} g_j$$

$$h \nu \ll kT \text{ (Rayleigh - Jeans)} \quad \frac{A_{jk}}{B_{jk}} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3}$$

## FÉNYELEKTROMOS JELENSÉGEK

ellentér módszer  $\frac{1}{2}mv^2 = eV$

$v = v(\nu)$  független I-től

kis I-nél momentán effektus



fotonhipotézis

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu + K_0 - \Delta K - A$$

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - A$$

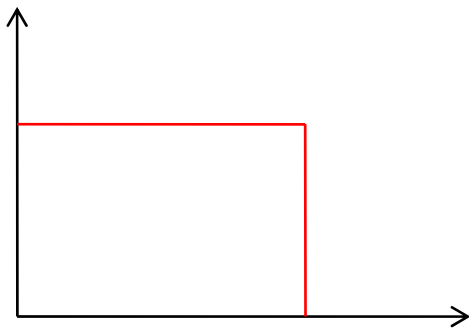
Einstein-féle fényelektromos egyenlet

$v_{\max}$  = maximális sebesség

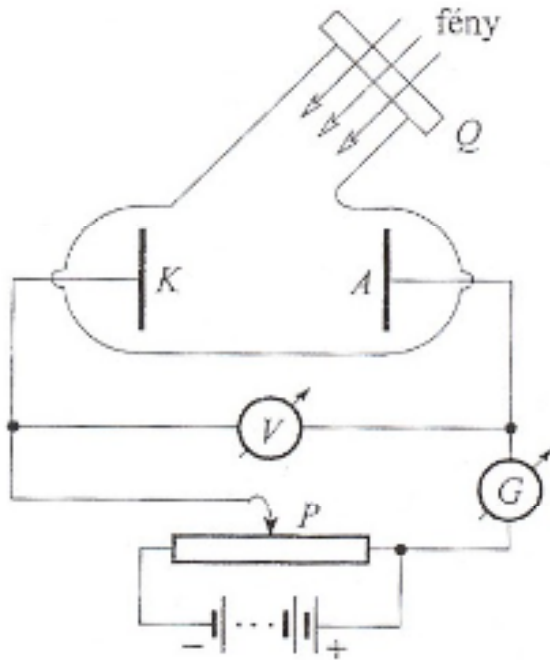
rövidhullámú határ

Millikan (Lenard-féle ellentér módszer)

Röntgen tartomány:  $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu$



## LENARD KÍSÉRLETEI



### I – V karakterisztika

a)  $V = 0 : I_f > 0$  – fotoáram lép fel

b)  $V = V_r : I_f = 0 - \frac{1}{2}mv_m^2 = eV_r$  „ellentér”

c)  $V > V_t : I_f = I_t$  – a katódból fény hatására kilépő elektronok mind elérik az anódot

Az  $I_t$  telítési áram a katódból fény hatására, időegység alatt emittált elektronok számával arányos.

I – V felvétele különböző  $\phi$  fényfluxusnál (fényáram, fényteljesítmény)

$V_r$  – független a fény intenzitásától

$\phi$  - növekedésével a kiváltott elektronok száma nő

$$I_t \propto \phi$$

$v_m$  független  $\phi$ -től

I – V felvétele különböző  $\nu$  frekvenciánál

$V_r$  – függ a  $\nu$ -től (illetve  $\lambda$ -tól)

: az elektronok maximális sebessége csak a fény rezgésszámától függ i  
a  $V_m$  növekvő  $\nu$ -vel nő.

Csökkenő  $\nu$ -k felé egy bizonyos  $\nu_0$  határfrekvenciánál lejjebb nincs fotoeffektus.



## A KÍSÉRLETI EREDMÉNYEK ÉRTELMEZÉSE

a) A klasszikus fizika nem tudja. Pl.

- fotoelektronok sebességének, ill. energiájának a sugárzás erősségével (az elektromágneses hullámok intenzitásával) nőnie kellene
- hosszú idő volna szükséges ahhoz, hogy egy atom  $10^{-16}$  cm<sup>2</sup> nagyságrendű területén az elektron kiváltásához elegendő energia összegyűljék.

b) A kvantumfizika a fotonhipotézissel értelmezni tudja a kísérleti eredményeket

Einstein megmutatta (1905), hogy a fotoelektromos effektus törvényei könnyen értelmezhetők, ha feltesszük, hogy a fény ugyanolyan  $\hbar\omega$  adagokban (kvantumokban) abszorbeálódik, mint amilyen adagokban – Planck feltevése szerint – emittálódik.

A feltevés szerint: **a fény diszkrét,  $\hbar\omega$  nagyságú energiamennyiségekből, az ún. fénykvantumokból vagy fotonokból áll, amelyek egyenes vonalban fénysebességgel mozognak, mint kis részecskék.**

- A megvilágítás hatására az elektronok azonnal kilépnek: a mérések szerint a megvilágítás és a kilépés közti idő  $3 \cdot 10^{-9}$  s-nál kisebb.
- A kísérletek szerint: egyenlő elnyelt fényenergia-mennyiségek esetén a felületet elhagyó elektronok száma (a fotoáram erőssége) függ a fény frekvenciájától ( $\nu$ ).

$I_f$  nő  $\nu$ -vel (**normális fotoeffektus**)

$I_f$  bizonyos  $\nu$ -nél maximumot mutat. (**szelektív fotoeffektus**)

## TÖBBFOTONOS FOTOELEKTROMOS EFFEKTUS

**Egyfotonos folyamat:** egy elektron csak egy fotontól kap energiát

A lézerek megjelenése többfotonos folyamatok fellépését is lehetővé tette.

**Többfotonos fotoelektromos effektus:** a fémből kirepülő elektron nem egy, hanem N számú fotontól kap energiát (N = 2, 3, 4, 5)

Az Einstein formula ekkor:

$$N\hbar\omega = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A$$

A fotoelektromos küszöb a hosszabb hullámok irányába tolódik el:

$\nu_0$  N-szer kisebb

$\lambda_0$  N-szer nagyobb lesz

Az  $I_t \propto \phi^N$  formula N-fotonos effektus esetén a következő alakú lesz:

$$I_N \propto \phi^N$$

## Külső fotoeffektus

fotocellák (vakuum, gáz)

fényelektromos hatásfok  $< 1\%$

normális fotoeffektus

szelektív fotoeffektus

összetett fotokatódos cellák

## Belső fotoeffektus

fényelektromos vezetés

záróréteges fotoeffektus

Fényelektromos fotometria (relé)

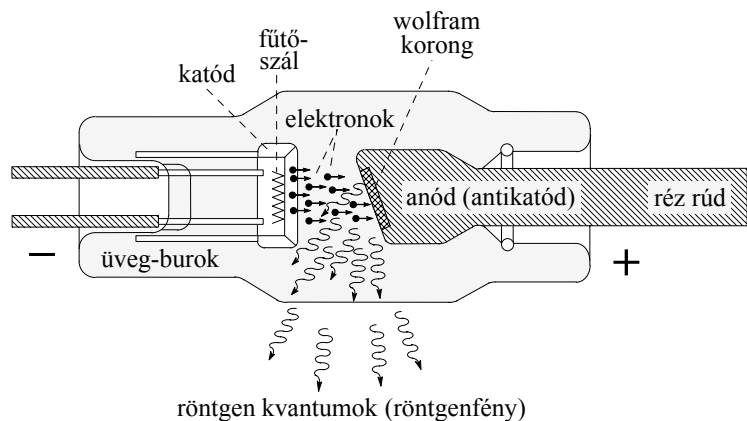
Fotoelektron sokszorozó

Elektromos jelek  $\Leftrightarrow$  fényjelek

## ALKALMAZÁSOK

- Fényelektromos fotometria (megvilágítás mérők)
- Sugárzás mérők (félvezető detektorok a látható és infravörös tartományban: CdS, PbS, PbSe, Pb, Te, Insb)
- Fényelektromos reléberendezések (kapcsoló-, számláló-, tűzjelző stb)
- Napelemek (űrhajók, mesterséges holdak rádió berendezése, Si-napelemek)
- Hangosfilm, képtávíró, televízió

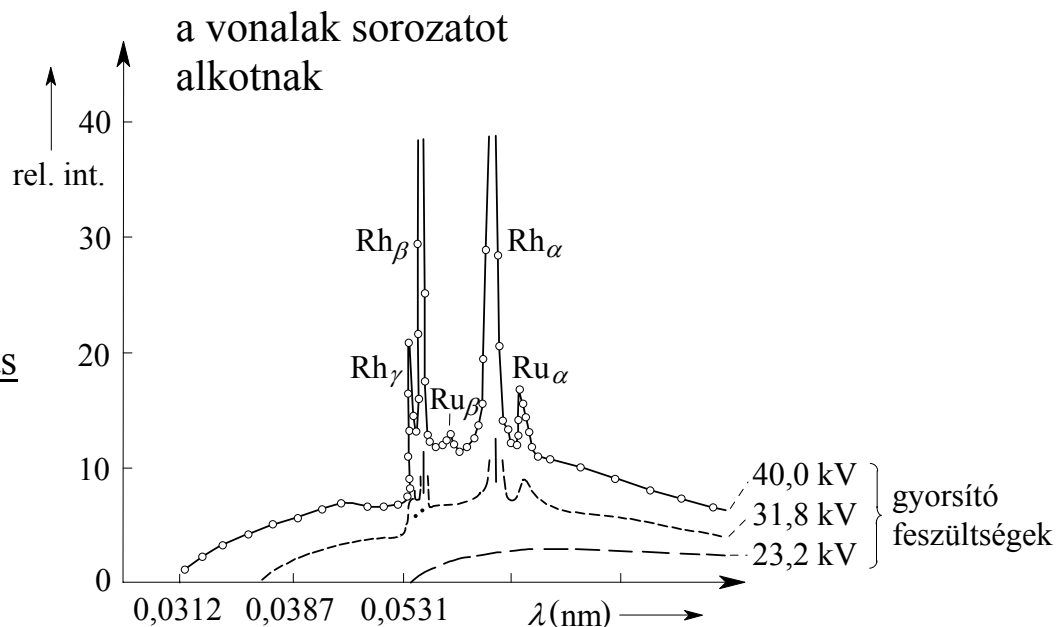
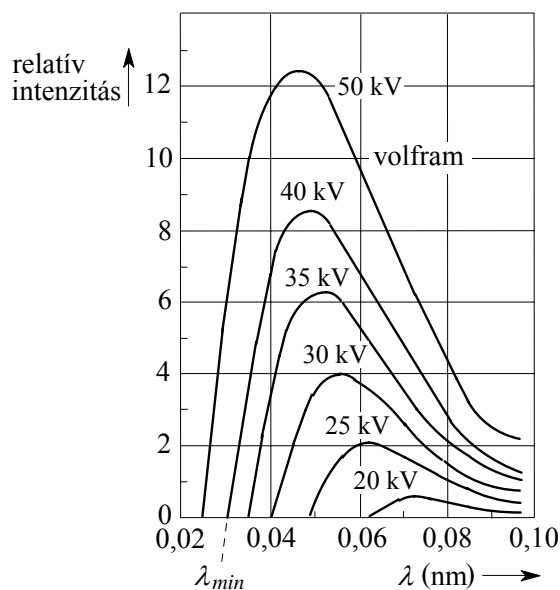
# A RÖNTGENSUGÁRZÁS ÖSSZETÉTELE



a karakterisztikus röntgensugárzás vonalainak megjelenése az AK röntgensugárzásban

fékezési (folytonos színekép) röntgensugárzás

karakterisztikus (vonalas színekép) röntgensugárzás



$$\lambda_{\min} = \frac{12300}{V}$$

$\lambda_{\min}$  – A

V – volt

ha V = 100kV

$\lambda_{\min} = 0,123 \text{ A}$

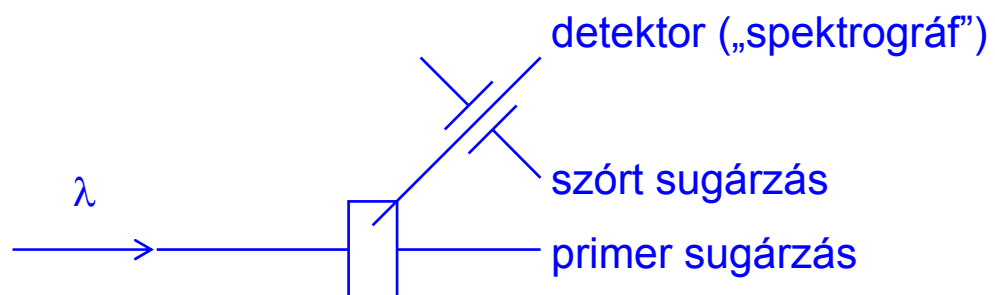
## RÉSZECSCKE – HULLÁM

### KETTŐSSÉG

Compton effektus

röntgenfoton – elektron rugalmas ütközése

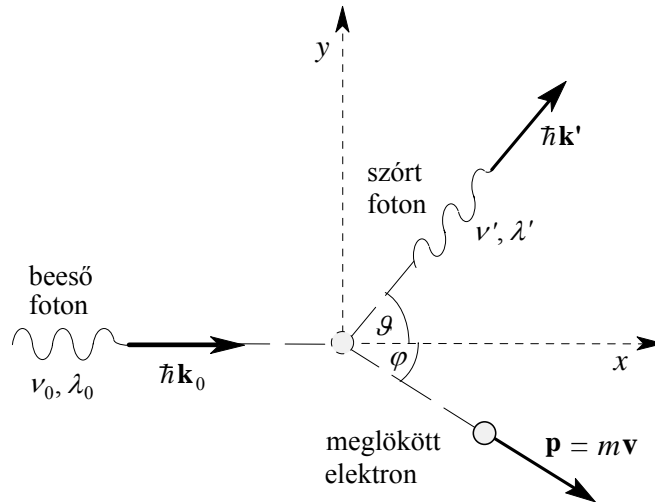
$$E = h\nu = \hbar\omega$$



$$\underline{p = mc} = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{foton impulzusa})$$

$(m - m_0)c^2$  elektron energiaváltozása

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



$$h\nu_0 = h\nu' + (m - m_0)c^2$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta + mv \cos \varphi$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \vartheta - mv \sin \varphi$$

$$\Downarrow \quad (\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0)$$

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \quad \text{ahol} \quad \lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 0,024 \text{ \AA}$$

szórás a lazán kötött elektronokon lép fel  
 energia és impulzus megmaradás tétele az elemi folyamatokra is  
 érvényes



## A FÉNY KETTŐS TERMÉSZETE

hullámelmélet (interferencia, elhajlás)

fotonelmélet (fotoeffektus, Compton-szórás, abszorpció-emisszió)

optikai Doppler-effektus

$$\nu' = \nu \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right)$$

$$m\nu_1 = m\nu_2 - \frac{h\nu'}{c}$$

$$\frac{m\nu_1^2}{2} + E_1 = \frac{m\nu_2^2}{2} + E_2 + h\nu'$$

$$h\nu' = E_1 - E_2 + m(\nu_1 - \nu_2) \left( \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \right)$$

$$h\nu' = h\nu - \frac{h\nu'}{c} v \quad \Rightarrow \quad \nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$\nu' = \nu \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \quad \frac{v}{c} \ll 1$$

fénynyomás

$$p = \frac{\vec{s}}{c} = \vec{w}$$

$$p = 2 \frac{\vec{s}}{c} = 2\vec{w}$$

elnyelő felület

$$p = \frac{\vec{s}}{c} = \vec{w}$$

általános eset

$$(\bar{p} = \bar{w}(1 + r - d)\cos\gamma)$$

Maxwell – Bartoli tétel

fotonelmélet

n fotonsűrűség

$$\Delta N = nfc\Delta t$$

$$\Delta I_d = 0$$

$$\Delta I_r = 2r\Delta N \frac{h\nu}{c} \cos\gamma$$

$$\Delta I_a = (1 - r - d)\Delta N \frac{h\nu}{c} \cos\gamma$$

$$p = \frac{\Delta I}{\Delta t \cdot f} = (1 + r - d)n h \nu \cos\gamma$$

$$n h \nu = \bar{w}$$

$$\bar{p} = \bar{w}(1 + r - d)\cos\gamma$$

$$\text{Nap: } s = 10^{-1} \text{ W/cm}^2$$

$$p = \sim 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

---

látható fény fluktuációja

kis intenzitású Michelson interferométer

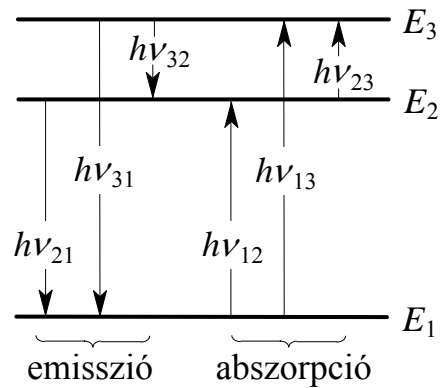
független fluktuációk

„tűsugárzás” - modell

# BOHR – FÉLE ATOMMODELL

1) stacionárius pályák

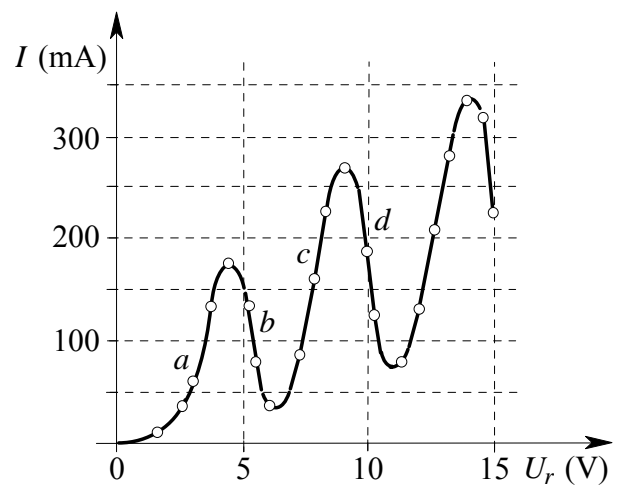
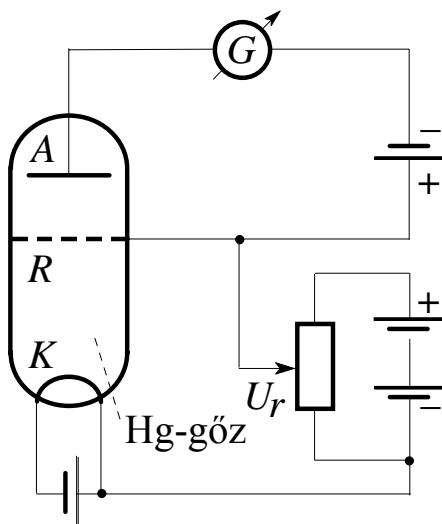
2)  $h\nu = E_n - E_m$



→ vonalas színeképek

→ kisülési cső (kísérlet)

→ Franck – Hertz féle elektronütköztetési kísérlet



(kísérlet)

## ATOMHÉJFIZIKA

Optikai spektrumok, spektroszkópai termek, emissziós,  
abszorpciós spektrum

vonalas

sávós

folytonos

$$\nu = \frac{E' - E''}{h}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\bar{\nu} = \frac{E'}{hc} - \frac{E''}{hc} (= T' - T'')$$

## H SPEKTRUMA

$\nu = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	Lyman – sorozat(1906)	$k = 1$	$n = 2, 3 \dots$
	Balmer – sorozat(1885)	$k = 2$	$n = 3, 4 \dots$
	Paschen – sorozat(1908)	$k = 3$	$n = 4, 5 \dots$
	Brackett – sorozat(1922)	$k = 4$	$n = 5, 6 \dots$
	Pfund – sorozat(1924)	$k = 5$	$n = 6, 7 \dots$

$$R_H = 109677 \text{ cm}^{-1} \quad (\lambda_H \approx 91 \text{ nm})$$

$$n = \infty \quad \nu_H = R_H, \frac{R_H}{4}, \frac{R_H}{9}, \frac{R_H}{16}, \frac{R_H}{25}$$

### Bohr elmélet

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{e^4 m}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) =$$

$$= \frac{e^4 m}{64 \pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

emissziós spektrum (rekombinációs, gerjesztési spektrum)

abszorpciós spektrum (Lyman-sorozat, fotonionizáció)

## H – ATOM BOHR-FÉLE ELMÉLETE

$$Z = 1$$

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad mrv = n \frac{h}{2\pi} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

⇓

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Zme^2} n^2 \quad v_n = \frac{e^2 Z}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \frac{1}{n}$$

$$v = \frac{Z^2 e^4 m}{32\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \frac{1}{n^3}$$

$$(n = 1 \quad Z = 1)$$

$$(r_1 = 0.5 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad v_1 = 2.2 \times 10^8 \text{ cm/s})$$

$$E_n = \frac{Z^2 e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} + E_0$$

$$\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$h\nu = \Delta E = E_n - E_k = \frac{Z^2 e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{\Delta n}{n} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \text{klasszikus fizika}$$

korrespondencia-elv

## A HIDROGÉNSZERŰ IONOK SPEKTRUMA

He<sup>+</sup>, Li<sup>++</sup>, Be<sup>+++</sup> (egy elektron, Z = 2, 3, 4)

$$\bar{\nu} = Z^2 R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$Z = 2$$

$$\bar{\nu} = 4R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Hélium

Pickering – sorozat

$$R_H = 109677 \text{ cm}^{-1}$$

$$R_{He} = 109722 \text{ cm}^{-1}$$

$$R_\infty = \frac{e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^3} = 109737 \text{ cm}^{-1}$$

⇓

$$\mu = \frac{Mm}{M+m}$$

$$R_M = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}}$$

⇓

$$\frac{M_H}{m} = 1836.1$$

Deutérium

$$\frac{M_{He}}{M_H} = 3,9721$$

# ELLIPTIKUS ELEKTRONPÁLYÁK

Bohr – Sommerfeld féle elmélet

$$a_n = r_n = \frac{r_{1H}}{Z} n^2$$

$$\frac{b_{nl}}{a_n} = \frac{l+1}{n}$$

n főkvantumszám

l = 0, 1, ..... n - 1

mellékkvantumszám

$$|l| = l \frac{h}{2\pi} \quad \left( = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi} \right)$$

l pálya impulzusmomentum

μ mágneses momentum

$$\mu = -\frac{e}{2m} l$$

„Bohr – féle magneton”

$$|\mu| = l \frac{eh}{4\pi m} \quad \left( = \sqrt{l(l+1)} \frac{eh}{4\pi m} \right)$$

iránykvantálás

l komposense  $m_l \frac{h}{2\pi}$   $(2l + 1)$

$$m_l = l, l-1, \dots, 0, \dots, -(l-1), -l$$



$$T_{n,l} = -\frac{Z^2 R_m}{n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} \left( \frac{n}{l+1} - \frac{3}{4} \right) \right]$$

(Sommerfeld formula)

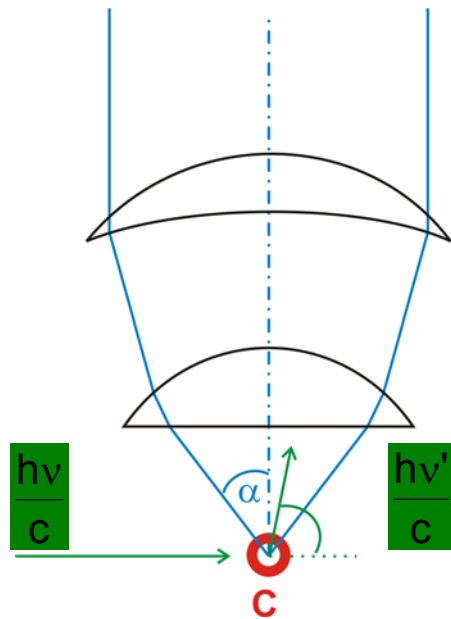
n                      energia, nagytengely

l                      impulzusmomentum, kistengely

$\mu_e$                       mágneses momentum

$m_e$                       vetület

## A HEISENBERG-FÉLE HATÁROZATLANSÁGI RELÁCIÓ



$$\Delta X = \frac{\lambda}{\sin \alpha}$$

$$\Delta p_{x'} = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta \approx \frac{h\nu}{c} (1 - \cos \vartheta)$$

$$\Delta p_{x'} \text{ „detektálható” része } \pm \frac{h\nu}{c} \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{h\nu}{c} \sin \alpha$$

$$\Delta p_x = \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$$

⇓

$$\Delta x \Delta p_x = h$$

hullámcsomag esetén:

$$\Delta x \Delta k_x \approx 2\pi$$

$$\Delta p_x = \frac{h}{2\pi} \Delta k$$

⇓

$$\Delta x \Delta p_x \approx h$$

⋮

$$\Delta x = v \Delta \tau$$

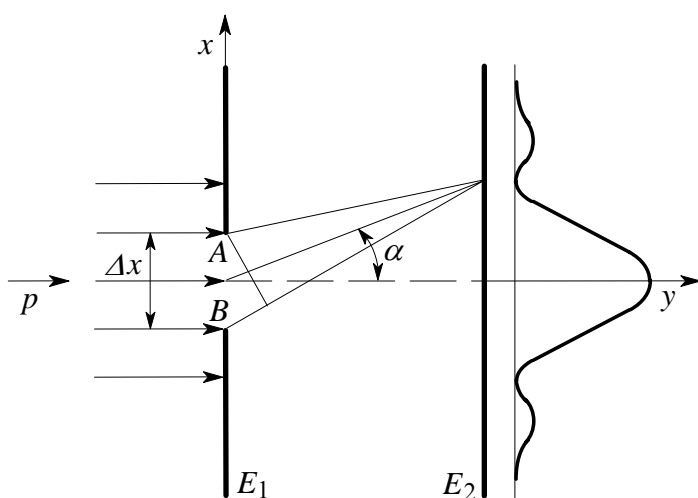
$$E = h\nu = \frac{h}{\lambda} v = pv$$

⇓

$$\Delta E = \Delta pv$$

⇓

$$v \Delta \tau \frac{\Delta E}{v} \approx h$$



$$\Delta p_x = p \sin \alpha$$

$$= \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$$

$$\Delta x \sin \alpha = \lambda$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

kanonikusan konjugált változó párok

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \approx h$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \approx h$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h$$

makró – és  $m = 1\text{g}$   $\Delta x = 10^{-5}\text{cm} \Rightarrow \Delta v_x = 7 \times 10^{-23} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

mikrorészecskék  $m = 10^{-27}\text{g}$   $\Delta x = 10^{-9}\text{cm} \Rightarrow \Delta v_x = 7 \times 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

( H-atom  $r_1 = 5 \times 10^{-9}\text{cm}$   $v_1 = 2.2 \times 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  )

Bohr-féle elektronpályák  $\Rightarrow$  valószínűségi eloszlás

$$E = E_h + U$$

spektrumvonalak természetes vonalkiszélesedése

$$(\tau_0 = 10^{-8}\text{s} \Rightarrow \Delta\lambda = 10^{-3} \overset{\circ}{\text{Å}} \quad \lambda = 500\text{nm})$$

fényimpulzusok „rendezettsége”

## A BOHR-ELMÉLET HIÁNYOSSÁGAI

### A KVANTUMMECHANIKA kialakulása

eredmények: vonalas színeképek keletkezése  
H, H-szerű ionok spektruma  
alkálifémek spektruma  
spektrumvonalak finomszerkezete  
periódusos rendszer értelmezése

hiányosságok: több külső elektront tartó rendszerek

$$J^2 \rightarrow J(J + 1) \quad L^2 \rightarrow L(L + 1) \quad S^2 \rightarrow S(S + 1)$$

gömbszimmetria

„önkényes” posztulátumok

színeképvonalak intenzitása  
polarizációs tulajdonságai



Heisenberg, Schrödinger (1925)

mátrixmechanika, hullámmechanika



kvantummechanika

## A SCHRÖDINGER - EGYENLET

$\psi = \psi(x, y, z, t)$  terjedése

$$\Delta\psi = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi \quad \text{hullámegyenlettel írható le}$$

$$\text{ahol } \Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (\text{Laplace kifejezés})$$

'u' a hullám fázissebessége  
periodikus hullámot feltételezve

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-2\pi i v t}$$

$$\Delta\psi + \frac{4\pi^2 v^2}{u^2} \psi = 0 \quad (\text{amplitúdóegyenlet})$$

$$\left( \frac{u}{v} = \lambda \right) \quad \Delta\psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \psi = 0$$

elektron

$$E = U + m_0 v^2 / 2$$

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{h}{\sqrt{2m_0(E - U)}}$$

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - U)\psi = 0 \quad \text{hullámmechanika alapegyenlete}$$

⇓

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad \frac{2m_0}{\hbar^2}$$

lehetséges megoldások:

határfeltételek

matematikai megkötések (reguláris m.)

megoldások egyértékűek

differenciálhatók

négyzetesen integrálhatók

⇓

megoldások csak E meghatározott értékei mellett léteznek

⇓

sajátértékek, sajátfüggvények

## LEHETSÉGES ENERGIÁK MEGHATÁROZÁSA

Bohr elmélet kvantumfeltételei helyett



matematikai feladat

hullám intenzitása  $\sim$  amplitúdó négyzete

fizikai jelentés  $|\psi^2| = \psi\psi^*$

homogén differenciál egyenlet megoldása normálható

$$\iiint |\psi(x, y, z)|^2 dx dy dz = 1$$

$|\psi(x, y, z)|^2 dv \Rightarrow$  valószínűség

valószínűségrűség

Példák: erőmentes térben mozgó részecske

potenciálgödör

harmonikus oszcillátor

potenciál korlát

hidrogénatom



## ERŐMENTES TÉRBEN MOZGÓ RÉSZECSCKE

$$E = 0$$

$$U(x) = \text{const.}$$

$$(U = 0)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0,$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 > 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \alpha^2\psi = 0$$

$$\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E \quad \underline{E > 0}$$

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} = \frac{1}{\hbar} mv = \frac{p}{\hbar}$$

$$\underline{\psi(x) = ae^{\pm i\alpha x}}$$

$$\alpha(x + \lambda) - \alpha x = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{h}{p}$$

$$\psi(x) = ae^{\pm \frac{i}{\hbar} px}$$

egyértékű

reguláris

vegyes

folytonos

der. folytonos

A megoldás a „feltételeket” a 'p' tetszőleges értékei mellett, azaz  $E = \frac{1}{2m}p^2$  energia tetszőleges értékei mellett kielégíteni.

$$\psi = \psi e^{-\frac{i}{\hbar} Et} = ae^{-\frac{i}{\hbar} (Et \pm px)}$$

# HARMONIKUS OSZCILLÁTOR KVANTUMMECHANIKAI TÁRGYALÁSA

$$F = -kx$$

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

$$\left( \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$$

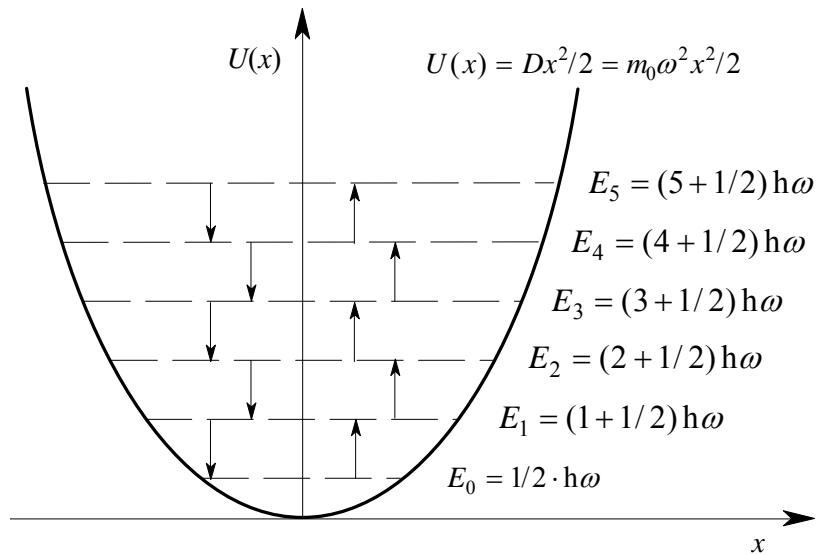
$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - U)\psi = 0$$

egydimenziós eset

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0$$

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{h}{2\pi} \omega$$



$$(E = E_k + U)$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi} \omega \quad (\text{zéruspont - energia})$$

$$\Delta n = \pm 1 \quad (\text{kiválasztási szabály})$$

$$\underline{\Delta E} = \frac{h}{2\pi} \omega = \underline{h\nu}$$

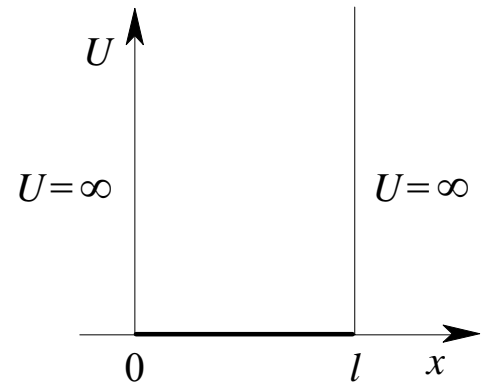
## MIKRORÉSZECSCKE POTENCIÁLGÖDÖRBEN (VÖLGYBEN)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

$$\psi(0) = \psi(l) = 0 \quad U=0$$

$$\boxed{\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0}$$

$$\omega^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E$$



$$\psi'' + \omega^2\psi = 0 \rightarrow \psi(x) = a \sin(\omega x + \alpha)$$

$$\psi(0) = a \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0; \quad \psi(l) = a \sin \omega l = 0$$

$$\Downarrow$$
$$\omega l = \pm n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$n = 4$	$E_4$
$n = 3$	$E_3$
$n = 2$	$E_2$
$n = 1$	$E_1$
	0

$$\boxed{E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\boxed{\Delta E_n} = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n + 1) \approx \boxed{\frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n}$$

$$\Delta E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n + 1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n$$

Példa

a) molekula edényben:  $m \sim 10^{-23} \text{ g}$ ,  $l \approx 10 \text{ cm}$

$$\underline{\Delta E_n \approx 10^{-39} \cdot n \text{ joule}}$$

b) elektron (szabad elektron fémekben):  $m \sim 10^{-27} \text{ g}$ ,  $l \approx 10 \text{ cm}$

$$\underline{\Delta E_n \approx 10^{-35} \cdot n, \text{joule} \approx 10^{-16} \cdot n \text{ eV}}$$

c) elektron atomi dimenzióbanban:  $m \sim 10^{-27} \text{ g}$   $l \approx 10^{-8} \text{ cm}$

$$\underline{\Delta E_n \approx 10^{-17} \cdot n, \text{joule} \approx 10^2 \cdot n \text{ eV}}$$

**Megjegyzés:**

- Az a) és b) esetben az energiaspektrum gyakran folytonos az energia kvantáltsága nem befolyásolja a molekulák, ill. elektronok mozgásának a természetét
- A c) esetben az energianívók diszkrétisége jelentős

amplitúdófüggvény és x szerinti deriváltja folytonos

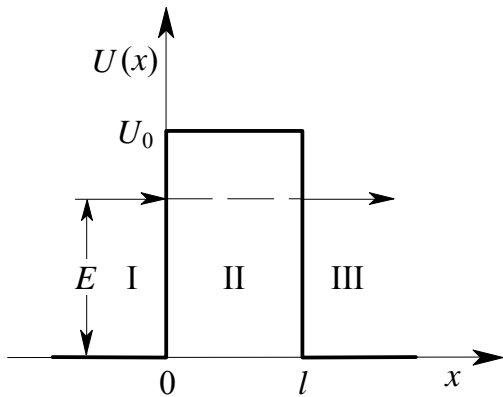
$$A + A' = B + B' \quad i\alpha(A - A') = \gamma(B - B')$$

$$Be^{\gamma a} + B'e^{-\gamma a} = Ce^{i\alpha a}$$

$$\gamma(Be^{\gamma a} - B'e^{-\gamma a}) = i\alpha Ce^{i\alpha a}$$

$$\frac{C}{A} = \frac{e^{-i\alpha a}}{\operatorname{ch}(\gamma a) + \frac{i}{2} \left( \frac{\gamma}{\alpha} - \frac{\alpha}{\gamma} \right) \operatorname{sh}(\gamma a)}$$

# RÉSZECSCKE ÁTHALADÁSA POTENCIÁLFALON (Alagútjelenség)



$$U_{(x)} = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \text{ vagy } x > l \\ U_0, & \text{ha } 0 < x < l \end{cases}$$

I., III. 
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

II. 
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0$$

I. 
$$\psi_1 = A e^{i\alpha x} + A' e^{-i\alpha x}$$

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$$

$$\gamma = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}$$

II. 
$$\psi_2 = B e^{\gamma x} + B' e^{-\gamma x}$$

$$A = \text{const}$$

$$C' = 0$$

III. 
$$\psi_3 = C e^{i\alpha x} + C' e^{-i\alpha x}$$

## PÉLDÁK AZ ALAGÚTJELENSÉGRE

a) két fém érintkezési helyén

b) Hidegemisszió

c) Spontán ionizáció

d) Rádioaktív  $\alpha$ -bomlás  
(hélium atommagok lépnek ki a radioaktív atommagokból)

e) Makroszkópikus test  
 $m=1\text{dkg}$ ,  $v=1\text{ms}^{-1}$   
 $h=10\text{ cm}$ ,  $l=10\text{ cm}$   
 $\uparrow$   
 $U_0$



## H ATOM KVANTUMMECHANIKAI MODELLJE

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2m_0}{h^2} \left( E + \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0$$

gömbi polárkoordináták bevezetése

$$\psi = \psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi) = R_{ne}(r) Y_{em}(\vartheta, \varphi)$$

reguláris megoldások

$E > 0$  esetben minden  $E$ -re

$E < 0$  esetben

$$E_n = -\frac{m_0 e^4 z^2}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (n=1,2, \dots)$$

megoldások  $n, l, m$  szerint osztályozhatók  
 $n$  főkvantumszámú állapot

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2 \quad - \text{szeresen elfajult}$$

$n, l, m$  jelentése: ugyanaz mint a Bohr-elméletben

+

saját függvények zérushelyei

# LUMINESZCENCIASUGÁRZÁS

A fénykibocsátás oka nem a sugárzó test hőmérséklete!

Fluoreszcencia: az atomok gerjesztett állapotból normál állapotba térnek vissza

(fény hatására maga is fényt bocsát ki, de csak addig, amíg fény éri)

Foszforeszcencia: akkor keletkezik, ha az atomok vagy molekulák metastabilis állapotban vannak, és ebből a normál állapotba való visszatérés további gerjesztés, pl. hőmozgás hatására lehetséges

(a világítás a fénybehatás megszűnése után tovább tart)

Fény hatására keletkező lumineszcencia – **fotolumineszcencia** (látható, ultraibolya, infravörös)

Elektron által kiváltott lum. – **katódlumineszcencia**

Röntgen sugárzás által kiváltott lum. – **röntgenlumineszcencia**

$\gamma$ -sugárzás által kiváltott lum. – **radiolumineszcencia**

elektromos tér által kiváltott lum. – **elektrolumineszcencia**

kémiai reakció által kiváltott lum. – **kemilumineszcencia**

kristályok széttövésekor, összeolvadásakor ..lum. – **tribolumineszcencia**

bizonyos baktériumok, szentjános bogár – **biolumineszcencia**